

ANÁLISIS EXPERIMENTAL DE ONDAS LARGAS EN LA BOCANA DEL PUERTO DE GIJÓN

Javier L. Lara, Francisco L. Martín e Iñigo J. Losada

Resumen

En este trabajo se presenta una metodología basada en el análisis espectral para la determinación de las características de las ondas infragravitatorias en la bocana del Puerto de Gijón. A partir de las mediciones de un sensor de presión colocado en dicha bocana se obtuvo información del oleaje, tanto en la banda gravitatoria como en la banda infragravitatoria. Tras una selección de los oleajes de tipo swell, respecto de la totalidad de los estados de mar registrados, se ajustó una fórmula empírica para la determinación de la energía total de onda larga, a partir de la altura de ola significativa y del periodo de onda corta. Los valores del coeficiente de correlación son altos, tanto para los datos considerados como swell, como para la totalidad de los datos registrados. Para la determinación del periodo de pico de onda larga se propone también una formulación empírica, aunque el coeficiente de correlación es inferior.

Palabras clave: ondas infragravitatorias, resonancia portuaria, predicción de ondas infragravitatorias.

INTRODUCCIÓN

Motivación del problema

Una de las componentes fundamentales de la agitación portuaria es la debida a las oscilaciones de largo periodo también conocidas como ondas infragravitatorias. A menudo, este tipo de ondas es el responsable de episodios de resonancia, que dan lugar a periodos de inactividad en los puertos, esfuerzos importantes sobre las amarras de los buques, problemas de atraque, etc.

Por otra parte, el conocimiento de las ondas infragravitatorias es una parte fundamental de cualquier estudio de clima marítimo a realizar en la costa dado que forman parte del régimen de oscilaciones. La caracterización del clima marítimo debido a las oscilaciones de corto periodo es hoy en día posible gracias a las metodologías existentes para el análisis de datos obtenidos mediante boyas escala-

res y direccionales principalmente en aquellos países que cuentan con una red de medidas así como a través de las observaciones visuales de barcos o resultados de un modelo Hindcast. Por tanto, hay una base de datos adecuada para la determinación de la dirección, altura de ola y periodo, así como de sus estadísticos principales. Dichas bases de datos han permitido la obtención de funciones de probabilidad de ocurrencia de los parámetros característicos del oleaje de corto periodo, y de la configuración espectral del mismo (forma en la que se distribuye la energía en las diversas frecuencias).

Esto lamentablemente, no es aplicable a la onda larga. Como se describirá posteriormente en el estado del arte, no existen estudios definitivos capaces de determinar, de la misma manera que para onda corta, una función de ocurrencia de las características de las ondas en estas frecuencias así como un espectro tipo. Esto sería definitivo para una adecuada consecución de un estudio de clima marítimo.

Grupo de Ingeniería Oceanográfica y de Costas

E.T.S.I. de Caminos, Canales y Puertos. Universidad de Cantabria, Avda. de los Castros s/n. 39005 Santander. España. Tlf.: +34 942 201 810, E-mail: lopezjav@unican.es

Artículo recibido el 11 de junio de 2001, recibido en forma revisada el 5 de febrero de 2002 y aceptado para su publicación el 5 de septiembre de 2002. Pueden ser remitidas discusiones sobre el artículo hasta seis meses después de la publicación del mismo siguiendo lo indicado en las "Instrucciones para autores". En el caso de ser aceptadas, éstas serán publicadas conjuntamente con la respuesta de los autores.

Por otro lado se ha hecho un esfuerzo importante en el campo teórico para la obtención de ecuaciones con un alto orden de no linealidad capaces de reproducir cada vez mejor la dinámica real del oleaje, y de su evolución a lo largo de su propagación, pero no se cuenta con la información experimental adecuada para caracterizar una condición de forzamiento del modelo que refleje la interacción entre componentes de onda corta y de onda larga.

En este trabajo se va a realizar un análisis de las características de las oscilaciones de largo periodo y de su relación con las ondas de corto periodo a partir de datos experimentales, como un primer paso para conocer la dinámica de las oscilaciones de largo periodo en el Puerto de Gijón.

Planteamiento del problema

El oleaje, en su zona de generación, está formado generalmente por ondas de diferentes frecuencias y direcciones. En el proceso de propagación hacia la costa, los trenes de ondas con frecuencias cercanas tienen tendencia a viajar juntos. Esto da lugar a una modulación de la superficie libre con secuencias de ondas grandes y olas menores que se conoce por grupos de ondas. En la Figura 1 la línea continua representa medidas de la superficie libre del mar durante un estado de mar. La modulación en olas mayores y menores es fácilmente observable.

La variación gradual de la altura de ola en un grupo origina una variación del nivel medio. Esta depresión del nivel está, por tanto, asociada a las variaciones de la altura de ola quedando vinculada al grupo y viajando a la celeridad del mismo. Estas ondas son conocidas como ondas largas vinculadas o ligadas (*bound long waves*), tienen un periodo del orden de minutos y viajan a la celeridad del grupo que no coincide con la celeridad de las ondas individuales que componen dicho grupo.

Debido a diversos factores como la rotura del oleaje, la difracción, o cambios bruscos en la batimetría, se puede producir la liberación de la onda ligada, originando ondas libres (*free waves*) que viajan con una celeridad de onda, $\sqrt{gh}$. Esta liberación de la onda larga está íntimamente relacionada con las oscilaciones de largo periodo en playas (*surf beat*) y en puertos (resonancia).

En general, las ondas infragravitatorias se caracterizan por tener un periodo entre 60 segundos y 3 minutos, aproximadamente, con una altura del orden de 10^{-1} m, rara vez del orden del me-

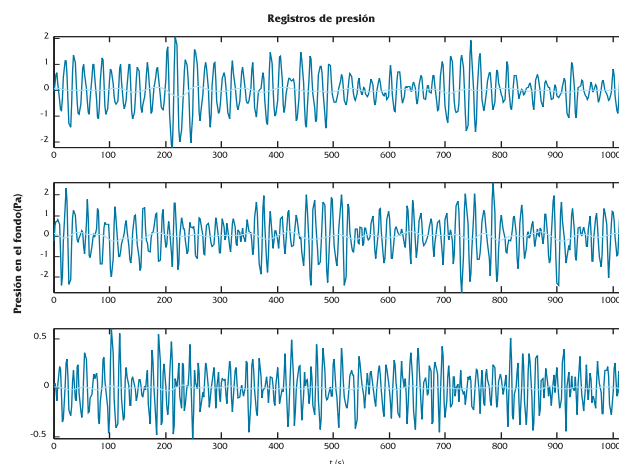


Figura 1. Registros de un sensor de presión (línea continua) colocado a la profundidad de 22 m en la bocana del Puerto de Gijón, y su componente de onda larga (línea punteada).

tro. Además los grupos constan de 4-10 olas, con un número más probable de 6, de acuerdo a Sedivy (1978). Si bien en mar abierto las ondas largas carecen, a priori, de relevancia, estas ondas cobran importancia en zonas costeras donde su amplitud aumenta debido a la influencia del fondo y de los contornos.

Como se ha dicho anteriormente, un ejemplo de la presencia de grupos en el oleaje se observa en la figura 1 en la que se muestra un registro real de oleaje tomado mediante un sensor de presión situado a una profundidad de 22 m, cerca de la bocana del Puerto de Gijón. La línea continua representa los datos registrados por el sensor habiendo eliminado la marea y el nivel medio, mientras que la línea punteada, muestra la componente de onda larga de dicha señal. Cada uno de los gráficos corresponde a tres estados de mar distintos. Los dos primeros, corresponden a un estado de temporal desarrollado, mientras que el inferior corresponde a un estado de oleaje no desarrollado. Se puede observar un cierto agrupamiento del oleaje como muestra la línea continua, donde existe una variación gradual de la altura de ola, conocido por modulación. Se observa además que esta modulación tiene lugar a la vez que las oscilaciones de largo periodo (línea punteada).

Estudios existentes

Munk (1949) y Tucker (1950), fueron los primeros en observar la correlación existente entre la amplitud de las oscilaciones de baja frecuencia y las olas máximas, midiendo por primera vez oscilaciones de periodos del orden de 1 a 5 minutos, a las que llamaron *surf beat*.

Longuet-Higgings y Stewart (1962), introdujeron el concepto de tensor de radiación y lo aplicaron a la propagación de grupos de olas, obteniendo que las olas mayores del grupo van acompañadas por una depresión del nivel medio del mar. Esta depresión (visible en la figura 1) es, por tanto, forzada por el grupo de olas que viaja, vinculada o unida, a este último.

Durante la propagación del tren de ondas agrupado desde profundidades indefinidas hasta reducidas, se puede producir la variación de las características del grupo debido a la refracción, difracción, reflexión o disipación por fondo experimentada por las olas individuales que componen el grupo. Consecuentemente, las características de la onda larga también varían. Molin (1982), demostró que la propagación de los grupos de ondas por discontinuidades en la pendiente del fondo genera ondas largas libres, que se superponen a la onda larga vinculada. Mei y Benmoussa (1984) extendieron estos resultados a grupos con incidencia oblicua y de profundidad arbitraria. Destacan además los trabajos de Liu e Iskandarini (1991) y Losada et al. (1993), en los que se estudian la generación de ondas largas libres en presencia de estructuras por efectos de reflexión y de transmisión.

Respecto a los trabajos que estudian la onda larga ligada destacan los trabajos de Bowers (1977) y Ottesen-Hansen (1980), que estudian teóricamente la generación de onda larga ligada teóricamente, basándose en teoría potencial. Posteriormente, Sand (1982) continua la misma línea marcada por éstos, introduciendo la direccionalidad del oleaje. Este autor aporta unos ábacos donde expone una función bi-armónica que afecta a la solución final de la superficie libre como composición no lineal de las ondas individuales. Para el caso de oleaje irregular, basado en una descomposición en componentes armónicas, las características de la onda larga vienen dadas en función de la diferencia del valor de los números de onda y de las frecuencias de las ondas individuales que las generan. La onda larga libre es calculada restando a un espectro real la energía obtenida por el método analítico. Es importante señalar que el estudio de Sand (1982) se desarrolla para el caso de profundidad constante y para el caso de aguas profundas. En aguas someras, por tanto, el método no es válido ya que viola una de las hipótesis de partida de este trabajo, que supone que la amplitud de la onda larga es mucho menor que la amplitud de la onda corta.

Bowers (1992), propone una corrección con la profundidad, que consiste en añadir una componente de onda larga, desfasada 90° de la componente principal.

En concordancia con la integración de la vía potencial, Martín et al (1999), realizan un ajuste para determinar funciones de transferencia oleaje-grupo en el litoral español, mediante la teoría de Ottensen-Hansen (1980), a partir del registro de oleaje de los 19 puntos de medida REMRO.

Dentro de los trabajos basados en datos de campañas de campo destaca el trabajo de Funke y Mansard (1979) donde exponen una metodología que calcula el factor de agrupamiento (*groupiness factor*) basado en el registro instantáneo de energía (SIWEH) suavizado mediante una ventana Bartlett. La técnica se basa en la obtención de una envolvente del registro de datos, a partir de la cual se determina el grado de agrupación de la serie, por un método de pasos ascendentes por cero. Esta técnica sigue una metodología paralela a la utilización de la transformada de Hilbert, para la determinación de la envolvente, pero a partir del filtrado de la señal.

Goda (1983) realiza un exhaustivo análisis comparativo entre estudios estadísticos, espectrales y el método SIWEH, de estados de mar tipo swell, medidos en la costa del Pacífico de Costa Rica. Determina que el parámetro estadístico para el estudio del agrupamiento del oleaje es el coeficiente de correlación entre las alturas de olas de corto periodo sucesivas, corroborando así el trabajo de Kimura (1980). Desde el punto de vista espectral, no encuentra relación entre la anchura espectral de Longuet-Higgings (1957) y los demás parámetros espectrales correspondientes a un oleaje tipo swell. Afirma, observando la forma del espectro, que el agrupamiento aparece cuando el espectro presenta picos individuales de energía estrechos. El agrupamiento, por tanto, es consecuencia de la interacción de *wavelets* (paquetes estrechos de energía) superpuestos. Además, descarta el método SIWEH para la determinación del factor de agrupamiento debido a su poca sensibilidad para oleaje de tipo swell analizado.

Posteriormente se han publicado diversos trabajos resultado del análisis de datos de campo como Vis (1985), Nelson et al. (1988), Medina (1990), Okihito et al. (1992), Herbers et al. (1992) y Bowers (1992). Estos trabajos ajustan datos obtenidos en campañas de campo mediante una formulación empírica, para la determinación de la energía

de onda larga (representada a través de la altura significativa de onda larga), a partir de la profundidad, la altura de ola significativa y del periodo de la onda corta. La formulación considerada es de la forma:

$$H_s^* \approx \frac{H_s^\alpha \cdot T_p^\beta}{h^\chi} \quad (1)$$

donde:

H_s^* : altura de ola significativa para onda larga

H_s : altura de ola significativa para onda corta

T_p : periodo de pico para onda corta

h : profundidad

En la tabla que se presenta a continuación se muestran los valores de las ternas de las constantes empleadas en el ajuste:

Tabla 1. Ternas de coeficientes en los ajustes encontrados en la bibliografía.

Autor	α	β	χ
Vis (1985)	2	1.2	0
Nelson (1988)	1.77	1.77	0
Medina (1990)	2	0.5	0
Bowers (1992)			
Port Talbot	1.32	1.17	0.34
Shereham Harbour	0.93	0.99	0.06
Barrow-in-Furness	1.08	1.59	0.36
Valor final propuesto por Bowers	1.11	1.25	0.25

Todos los datos empleados en los ajustes presentados por los distintos autores corresponden a mediciones llevadas a cabo en zonas cercanas a puertos. Como se puede observar existe una gran variabilidad entre los coeficientes de cada uno de los ajustes debido a que los valores se ven afectados por la localización en la que se tomaron las medidas, como señala Bowers (1992).

Como consecuencia principal del estado del arte revisado se observa que no existe una respuesta definitiva a la determinación de las características de onda larga. Por tanto, no se conoce una metodología para el cálculo de una función de probabilidad para la onda larga (altura de ola y periodo), que defina el clima marítimo para esta banda de frecuencias que componen el oleaje junto con las ondas cortas.

OBJETIVO

El objetivo de este trabajo es el desarrollo de una metodología que permita la predicción de las características de la onda infragravitatoria, a partir del conocimiento de las características de onda corta en la bocana del Puerto de Gijón.

La metodología propuesta, que se expone en el punto siguiente, está basada en el tratamiento de los datos de presión obtenidos en una campaña llevada a cabo en el dique Príncipe de Asturias. En este sentido es importante señalar que se han explorado otras vías. En particular se ha intentado realizar un análisis de separación de la energía de onda larga libre y ligada mediante vía espectral (Sand, 1982), sin embargo la base de datos disponible no es la adecuada para la aplicación de la citada metodología, como se justifica más adelante.

METODOLOGÍA

Una vez estudiada la información disponible en la literatura y tras unos análisis preliminares, en este trabajo se propone la siguiente metodología para el análisis de los datos:

1. Sustracción de la componente de la marea y del nivel medio de los datos de presión obtenidos.
2. Transformación de los datos de presión obtenidos a superficie libre.
3. Obtención de los parámetros espectrales: periodo de pico (T_p), momento de orden-n (m_n), altura de ola significativa (H_s), anchura espectral de Longuet-Higgins (v^2), para cada uno de los estados de mar.
4. Ajuste de un espectro tipo JONSWAP definido a partir de la altura de ola significativa (H_s) y el periodo de pico (T_p), de los datos anteriores.
5. Elección de todos aquellos estados de mar cuyo coeficiente de correlación lineal para el ajuste anterior sea mayor de 0.97.
6. Ajuste de los datos a una formula del tipo:

$$H_s^* = K \cdot H_s^\alpha \cdot T_p^\beta$$

BASE DE DATOS EMPLEADA

Para obtener registros de las oscilaciones de largo periodo adecuados para la determinación de las propiedades de onda larga, se requieren unas consideraciones especiales y distintas que las que se tiene en cuenta a la hora de estudiar la onda corta. Primero la longitud de los registros debe aumen-

tar, ya que el periodo es mayor que el de las ondas cortas, para garantizar un número de ondas adecuado para conseguir una estabilidad en los parámetros derivados del análisis. El otro aspecto a considerar es que la variación temporal de nivel es más lenta que para las ondas cortas.

Las bases de datos REMRO de oleaje disponibles en la zona de afección del Puerto de Gijón son las dos boyas escalares, Gijón 1 situada en las coordenadas 43g 34.0' N - 05g 39.0' W con una profundidad de anclaje de 23 m, y Gijón 2 en las coordenadas 43g 36.7' N - 05g 40.0' W y a una profundidad de 43 m.

Los datos provenientes de ambas se desprecia-ron, debido a que esta instrumentación está preparada para el registro de oleaje de corto periodo, y carece de sensibilidad para el registro de las oscilaciones de largo periodo. Como se ha señalado anteriormente, en el estado del arte, existen métodos de análisis de la onda larga a partir de medidas de onda corta, procedentes del registro con boyas. Este tipo de metodología relaciona la existencia de un agrupamiento del oleaje a través de registros de la envolvente de la superficie libre (método SIWEH y método de la transformada de Hilbert). No se ha considerado en este trabajo este tipo de estudios, ya que sus resultados carecen de una comprobación llevada a cabo con mediciones directas de onda larga.

La instrumentación óptima pues para el registro de estas magnitudes son los sensores de presión que, colocados en el fondo, son capaces de medir todas aquellas variaciones de nivel de largo periodo, entre las que se encuentran las ondas infragravitatorias y, por supuesto, la marea. Se realiza por tanto una medición directa de las oscilaciones de largo periodo, cosa que no ocurre en las medidas llevadas a cabo por las boyas. Sin embargo, son incapaces de registrar aquellos oleajes que por su altura de ola y por su periodo no tengan afección a la profundidad a la que esté colocado el sensor.

Los datos de campo utilizados en este trabajo provienen de la campaña de medida del Dique Príncipe de Asturias encargada por la Autoridad Portuaria de Gijón al Grupo de Ingeniería Oceanográfica y de Costas de la Universidad de Cantabria. En dicha campaña, se llevó a cabo el proceso de monitorización de las medidas de presiones debido a los esfuerzos del oleaje en el espaldón del dique Príncipe de Asturias, así como la subpresión, antes y después de las obras de reparación del manto exterior que se llevaron a cabo en 1995.

Para la colocación de los sensores de presión se eligió una sección del tramo final del dique, cuyo calado es de 22 m, para que el oleaje incidente no estuviera limitado por la posible rotura por fondo. Se colocaron en el paramento exterior vertical del espaldón cinco sensores de presión y tres más en el fondo de éste para medir la subpresión.

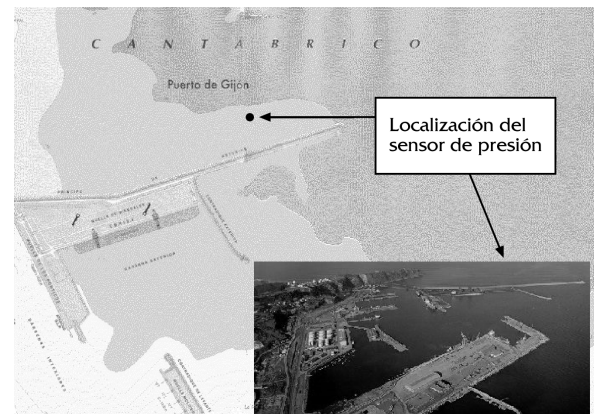


Figura 2. Localización del sensor de presión en el Puerto de Gijón.

Para relacionar las presiones medidas con el oleaje que las genera, se dispusieron cuatro medidores de oleaje frente al dique con una disposición en estrella, como muestra la figura 3, en la parte exterior de éste, para poder medir las reflexiones, fases y direcciones del oleaje.

Los medidores de oleaje empleados son de la marca *Coastal Leasing*, del tipo *Miniwave*. Constán de tres partes bien diferenciadas, un sensor de presión de oscilador de cuarzo que proporciona presión absoluta, con su electrónica correspondiente, unas baterías para la alimentación del sistema y un sistema programable para el almacenamiento de datos. El sistema es autónomo, y por tanto puede ser programado para recoger información durante un mes aproximadamente sin necesidad de mantenimiento.

Características de los datos empleados

Los resultados mostrados en este trabajo han sido obtenidos a partir de los datos de un sensor de presión de la primera campaña denominada Fase I, invierno 94-95, señalado en la figura 2. La profundidad a la que se colocó el sensor es de 22 m, como muestra de manera aproximada el plano de la figura 3.

La longitud de cada burst (conjunto de datos medidos por el sensor de manera continua) fue de 512 puntos con una frecuencia de muestro de 0.5

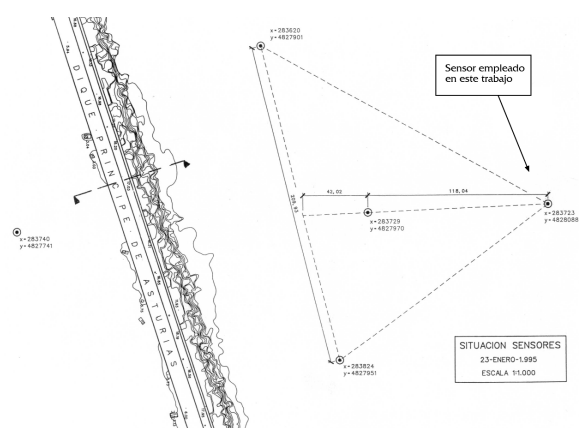


Figura 3. Disposición de los sensores de presión en la campaña de enero de 1995.

Hz, lo que supone un total de 17 minutos 4 segundos de medida con un espaciado entre bursts de una hora. Los burst analizados corresponden a un total de 1018, resultado de 42 días de medida, para la primera toma y de 900 estados de mar lo que supone 38 días aproximadamente, para la segunda. Las características de la frecuencia de muestreo y de la longitud de cada burst permiten tener información en la banda comprendida entre 4 y 1024 segundos.

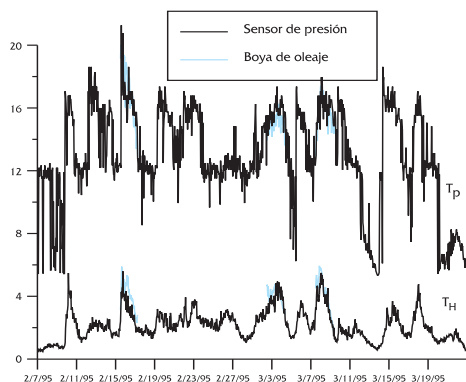


Figura 4. Correlación de H_s y T_p entre los datos del sensor de presión colocado en la campaña y los datos de la boya de Gijón para los días que duró la campaña.

Se ha realizado un análisis de correlación de los resultados de las ondas cortas resultados de las medidas y las de la boya de Gijón, analizando los periodos de pico y las alturas de ola significativa en diversos estados de mar. En la figura 4 se muestran como la correlación para ambos parámetros es muy buena en el periodo que duró la campaña.

Cabe señalar que los datos obtenidos por el sensor están afectados por la reflexión originada

por el dique Príncipe de Asturias. Debido a incidencias ocurridas durante las campañas, no se disponen de tres series simultáneas de datos de medida de suficiente calidad en distintas localizaciones para obtener las series del oleaje incidente de forma fiable. Por otro lado, en el estudio de Martín et al. (1996), se analiza la reflexión del dique Príncipe de Asturias, obteniéndose valores de reflexión del 28%. Además dicha estructura es bastante permeable a la onda larga, debido a que el dique está construido por bloques de 90 y 120 toneladas. Por este motivo se ha optado, por emplear los datos tal y como están, teniendo en cuenta que los resultados están afectados por la reflexión. Además los datos pueden estar contaminados por otro hecho que es la radiación propia del puerto, punto que se trata con más detenimiento en el apartado siguiente. Consecuentemente, dichos resultados deben ser interpretados como una primera aproximación a la caracterización de onda larga en las inmediaciones de Puerto de Gijón.

Contaminación de la señal originada por la radiación del puerto.

Como se adelantaba en el final del apartado anterior, cabe pensar que ciertas frecuencias de los espectros evaluados estén contaminadas por las frecuencias radiadas por el propio puerto. Esto originaría que los valores de la densidad de energía espectral correspondientes a dichas frecuencias, en el punto donde se tomaron las medidas, estuvieran alteradas. Para identificar la magnitud de esta posible radiación asociada a dichas frecuencias se realizó un estudio de resonancia sobre la geometría del Puerto de Gijón. Para ello se ejecutó el modelo de propagación de oleaje MSP, desarrollado por el Grupo de Ingeniería Oceanográfica y de Costas de la Universidad de Cantabria. Con dicho modelo se calcularon los coeficientes de amplificación en la posición del sensor de presión empleado en la campaña de campo. Los resultados se muestran en la figura 5. De la figura se extraen dos conclusiones. La primera es que los valores máximos del coeficiente de amplificación son relativamente pequeños (≈ 1.3 - 1.6), además de corresponderse con picos muy estrechos, cuya afección no se considera relevante para este estudio. La segunda es que en dos bandas situadas entre 120-135 s y 220-240 s, los valores del coeficiente de amplificación son muy pequeños (≈ 0.2), y pudiera ser que se estuviera infravalorando la onda larga real en estas frecuencias. Para dichas frecuencias, el punto de medida podría considerarse un cuasi-nodo de una onda cuasi-estacionaria originada por la resonancia del propio puerto.

Cabe decir que en el análisis espectral realizado no se ha observado atenuación alguna de la energía contenida en dichas frecuencias, probablemente debido a que la banda de frecuencias de resonancia es relativamente estrecha y, por tanto, la probabilidad real de acoplamiento completo de la oscilación es pequeña.



Figura 5. Coeficientes de amplificación en el punto donde se colocó el sensor de presión.

Preprocesado de la señal.

El primer paso fue eliminar la variación de nivel correspondiente a la marea, ya que la energía contenida por la señal en altas frecuencias puede interferir en el posterior análisis de las magnitudes espectrales de energía infragravitatoria de cada uno de los estados de mar. Se estimaron diversas interpolaciones para la forma de la curva de marea en el intervalo de medida, siendo el ajuste lineal el más indicado para la longitud del burst de medida. En la figura 6 se representa un registro de presión obteni-

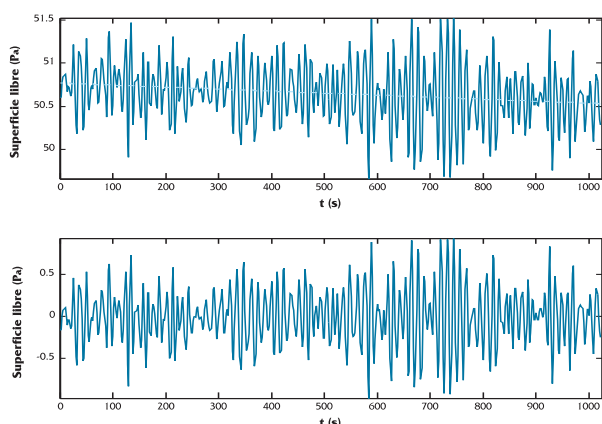


Figura 6. Registro de presión reflejado por el sensor (figura superior, línea continua) y magnitud de la marea (figura superior, línea punteada); registro de presión resultado de sustraer la marea y el nivel medio (figura inferior).

do por el sensor y un registro de dicho sensor una vez sustraída la magnitud de la marea, donde se aprecia la tendencia descendente de la curva. Por otro lado, la variación de la marea y del nivel medio de los registros no se tuvieron en cuenta en el análisis posterior debido a que el efecto del incremento de profundidad producido por ambos se consideró despreciable frente al calado total para las ondas infragravitatorias.

Previamente al tratamiento espectral llevado a cabo fue necesario pasar los registros de presión de oleaje a superficie libre. Para ello se utilizó una función de transferencia basada en la ecuación de Bernoulli, aplicada a un fluido perfecto y flujo potencial:

$$\frac{p}{\rho g} + z + \frac{1}{2g}(u^2 + v^2 + w^2) - \frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

A partir de ella, aplicando las condiciones de contorno adecuadas y para teoría lineal se obtiene que la presión en un punto se liga con la profundidad mediante la expresión:

$$p = \eta \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \quad (3)$$

Para el caso de un tren de ondas no monocromático, la función de transferencia debe aplicarse a cada frecuencia individual, a cada una de las cuales corresponde un número de onda distinto.

Cabe señalar que existen otras formulaciones que utilizan una función de transferencia distinta que la señalada, de naturaleza empírica, no aportando ninguna ventaja adicional a la empleada. Por otro lado, el sensor de presión a 22 m de profundidad no registra bien las ondas cortas con poca altura de ola y al recomponer la superficie libre se comete un error. Esto no afecta al resultado final de este análisis ya que los datos que se escogen, como se explica posteriormente, son aquellos que tienen un periodo de pico mayor de 12 segundos y altura de ola importantes, reduciéndose, por tanto, el error en estos casos.

Tras ello y para obtener una mayor definición de la banda de onda larga, se añadió al registro un paquete de ceros por delante y por detrás de cada una de las series de datos, de longitud igual al burst de medida. Se realizó posteriormente una corrección de la energía total del registro para que la serie conserve las mismas características de la señal de partida y para que no exista contaminación ninguna

de las propiedades derivadas del análisis espectral. Con esta técnica lo que se perseguía era una mayor resolución para la localización del periodo de pico en la banda de onda larga. Al espectro obtenido se le aplica un suavizado con la técnica de media móvil con una anchura de ventana de quince puntos, conservando el valor total de la energía del espectro. En la figura 7 se muestra la diferencia de definición en la banda de energía infragravitatoria tras la introducción de ceros en el registro. Se puede observar como al aumentar el número de puntos en la transformada de Fourier, la definición de la zona aumenta y la localización de los picos es más precisa.

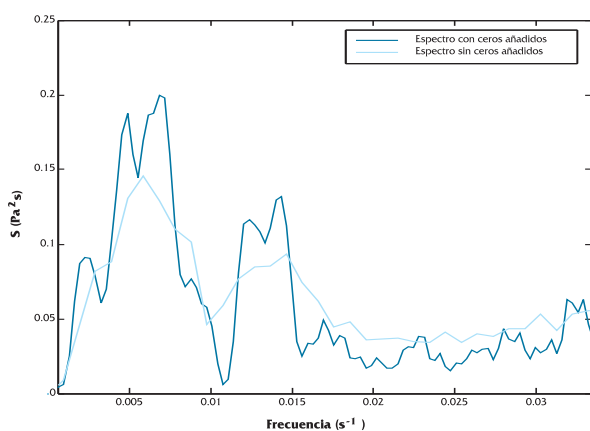


Figura 7. Espectro de energía del burst 140 en la banda de energía infragravitatoria, con introducción de ceros en la señal (línea continua) y sin dicha introducción (línea discontinua).

Se obtienen por tanto, los siguientes parámetros espectrales para las bandas de energía asociadas a las ondas infragravitatorias (60-400 segundos) y energía asociada a las ondas de gravedad (5-30 segundos):

- Periodo de pico (T_p): periodo asociado al máximo valor de densidad espectral.
- Momento de orden-n (mn): $mn = \int_0^\infty f^n \cdot S(f) \cdot df$; $n = 0, 1, 2, \dots$
- Altura de ola significativa (H_s): $H_s = 4.004 \cdot \eta_{rms} = 4.004 \cdot \sqrt{m_0}$
- Anchura espectral de Longuet-Higgins (1957):

$$v^2 = \frac{m_0 \cdot m_2}{m_1^2} - 1$$

Selección de los estados de mar.

El objetivo de la selección es identificar entre todos los estados de mar medidos aquellos que correspondan a un mar de fondo (tipo swell), para los

cuales el agrupamiento esperado del oleaje es mayor y se espera, por tanto, que la energía contenida en la banda de frecuencia infragravitatoria sea mayor. Para ello se realiza un ajuste de los espectros medidos a un espectro JONSWAP.

Se utiliza la aproximación de Goda (1983), cuya ventaja radica en que la densidad de energía espectral ($S(f)$) aparece en términos de la altura de ola significativa (H_s) y el periodo de pico (T_p), tal y como se muestra a continuación:

$$S(f) = C \cdot H_s^2 \cdot T_p^{-4} \cdot f^{-5} \cdot e^{-1.25(T_p \cdot f)^4} \gamma e^{\frac{-(T_p \cdot f - 1)^2}{2\sigma^2}} \quad (4)$$

donde,

$$C \cong \frac{0.0624}{0.230 + 0.0336 \cdot \gamma - 0.185 \cdot (1.9 + \gamma)^{-1}}$$

$$\sigma \Rightarrow \begin{cases} \sigma_a \cong 0.07; f < f_p \\ \sigma_b \cong 0.09; f > f_p \end{cases}$$

γ : parámetro de apuntamiento (normalmente entre 1 y 7).

El factor de apuntamiento γ ha sido utilizado como parámetro libre para ajustar la forma del espectro JONSWAP de igual periodo de pico (T_p), y de igual energía (m_0), que los espectros medidos, previamente suavizados.

Los estados de mar tipo swell se identifican con un coeficiente de correlación lineal alto en el ajuste al espectro JONSWAP. Quedan, por tanto, despreciados para el posterior análisis todos aque-

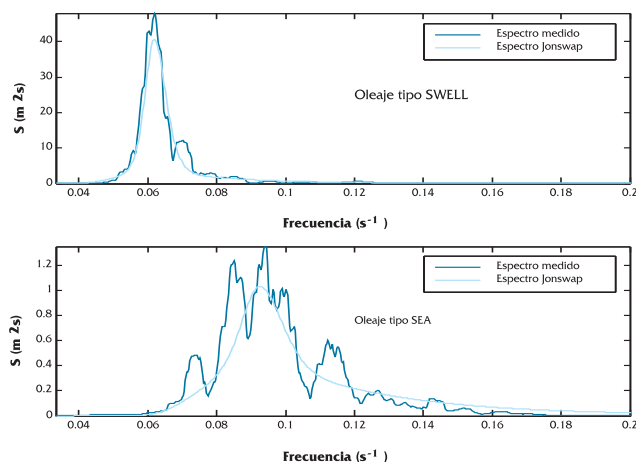


Figura 8. Espectro medido (línea continua) y el espectro Jonswap ajustado (línea punteada), para un oleaje tipo swell (figura superior) y uno compuesto por dos oleajes

llos estados de mar tipo sea y los compuestos de sea y swell, identificados con valores bajos del coeficiente de correlación lineal.

En la figura 8 se muestra un ajuste realizado a dos estados de mar, el superior correspondiente a un oleaje tipo swell, y el inferior correspondiente a un oleaje tipo compuesto. Se observa cómo la forma del espectro JONSWAP se ajusta mejor al primer caso, situación óptima para la que fue concebido, que al segundo.

Se escogen por tanto para el análisis posterior 79 series, cuyo ajuste con un espectro JONSWAP posee un coeficiente de correlación superior al 97%.

Ajuste empírico

Para finalizar se ha realizado un ajuste empírico a partir de los parámetros espectrales obtenidos del ajuste a un espectro JONSWAP de los datos medidos. Para ello se estudió la posible correlación de los diversos parámetros espectrales, encontrando únicamente una buena correlación entre los parámetros altura de ola significativa (H_s), periodo de pico (T_p), con la energía de la banda infragravitatoria, tal y como se describe en el capítulo de resultados. La forma de la función empírica a ajustar fue la empleada por Bowers (1992), sin tener en cuenta el efecto de la profundidad:

$$H_s^* = K \cdot H_s^\alpha \cdot T_p^\beta \quad (5)$$

donde:

H_s^* : altura de ola significativa para onda larga

H_s : altura de ola significativa para onda corta

T_p : periodo de pico para onda corta

α : parámetro empírico

β : parámetro empírico

DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

A continuación se muestran los resultados obtenidos a partir de la metodología propuesta en el apartado anterior.

Este apartado se divide en dos partes. En la primera se exponen los resultados pertenecientes a la altura de onda larga, mientras que en el segundo de ellos se presentan los resultados correspondientes al periodo de pico de onda larga.

Altura de onda larga.

La altura de ola para la energía infragravitatoria se define en este trabajo, por analogía con la onda corta, como:

$$H_s^* = 4 \cdot \sqrt{m_0^*}, \text{ donde } m_0^* = \int_{\frac{1}{400}}^{\frac{1}{60}} S(f) \cdot df \quad (9)$$

donde $S(f)$ es la densidad de energía espectral de las mediciones.

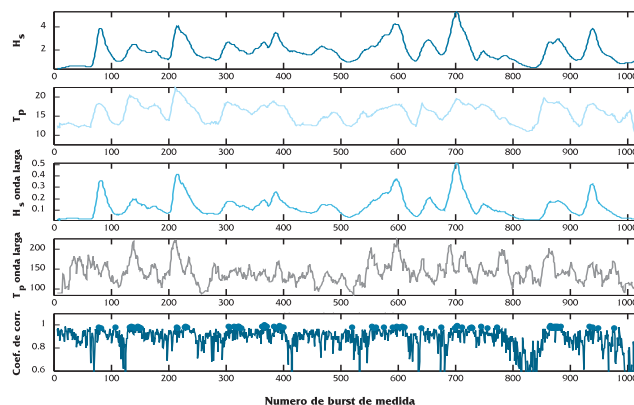


Figura 9. Historia de la evolución de la altura significativa de ola (H_s) (primera gráfica), periodo de pico (T_p) (segunda gráfica) para onda corta, altura significativa de ola (H_s^*) (tercera gráfica), periodo de pico (T_p) (cuarta gráfica) para onda larga, coeficiente de correlación en el ajuste con un espectro JONSWAP (figura inferior, línea) y burst con coeficiente de correlación >0.97 (figura inferior, puntos).

Este parámetro está relacionado con la energía del espectro medido en la banda 60-400 segundos. Se escogió estos intervalos de 60-400 segundos debido a que la energía en las frecuencias inferiores a 60 s y en las superiores a 400 s era del orden del ruido numérico introducido por el método espectral utilizado. En la figura 9, se exponen los registros temporales de altura de ola significativa (H_s), periodo de pico (T_p) asociados a ondas cortas y largas, así como el coeficiente de correlación en el ajuste al espectro JONSWAP.

Se ha realizado un suavizado del registro histórico de los parámetros mediante una media móvil con una anchura de ventana de 5 burst, con el fin de eliminar efectos de falta de resolución espectral, muy sensible sobre todo al periodo de pico de la banda de energía infragravitatoria.

Observando los dos primeros gráficos, correspondientes a altura de ola significativa y periodo de pico para onda corta, se aprecia la existencia de picos en el mismo burst de medida (alrededor del burst 220, 600 y 700) correspondientes a temporales. Otro aspecto a señalar es el comportamiento paralelo entre las energías gravitatoria e infragravitatoria, existiendo una correlación muy alta entre dichos parámetros, tal y como se ha demostrado ampliamente en la bibliografía, y como se comprueba en los análisis que se muestran en este apartado. La gráfica correspondiente al periodo de pico de onda larga (figura 9, cuarto gráfico) muestra una forma con picos a lo largo de los burst de medida, debido a la poca estabilidad de este parámetro por la falta de definición de puntos en esta zona del espectro.

Como se describe en la metodología desarrollada en el capítulo anterior, solamente se consideran en el análisis aquellos estados de mar correspondientes a un coeficiente de correlación superior al 97%, que corresponden a oleajes tipo *swell*, donde es esperable que la energía en las frecuencias infragravitatorias sea más apreciable. En el gráfico inferior de la figura 9 se observa la evolución del coeficiente de correlación lineal en el ajuste al espectro JONSWAP en los burst de medida, apareciendo sobreimpresionados en la curva con puntos aquellos valores que cumplen la citada correlación. Por otro lado, se puede apreciar como se corresponden perfectamente con los máximos de alturas de ola significativa tanto para energía gravitatoria como infragravitatoria. Por tanto, el método elegido para la separación parece adecuado para la identificación de los oleajes tipo *swell*.

El paso posterior fue el análisis de las magnitudes espectrales obtenidas a partir de los casos analizados. Se obtuvieron los parámetros g , factor de apuntamiento en la expresión de Goda (1985) del espectro JONSWAP y v^2 , anchura espectral Longuet-Higgins (1957) de los espectros previamente ajustados. En la figura 10 se presentan los resultados obtenidos. La barra de colores que aparece a la derecha de cada gráfico corresponde a la gradación de colores de la magnitud representada que se indica en el título correspondiente.

En las dos superiores se representa el periodo de pico asociado a onda corta frente a la relación altura de ola de onda larga - onda corta. Se observa que no existe una correlación clara entre estos parámetros, como muestra la nube de puntos de la figura 10. En el gráfico superior izquierdo se representa en color el parámetro γ en el que se aprecia que

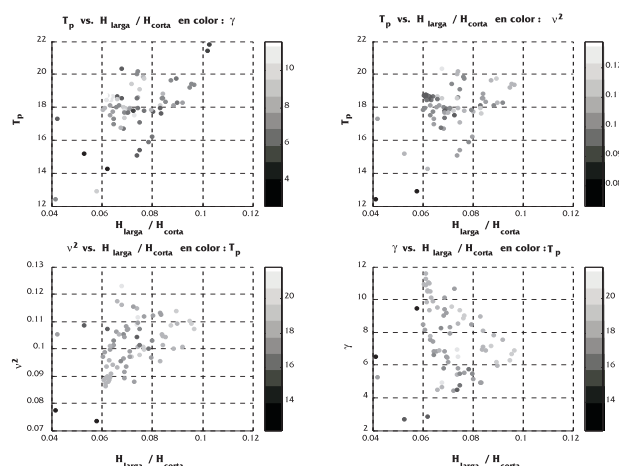


Figura 10. Representación de los parámetros espectrales periodo de pico (T_p), altura de ola significativa (H_s), anchura espectral de Longuet-Higgins (v^2), coeficiente γ obtenidos a partir de los datos del sensor de presión.

para valores inferiores a 16 s de periodo de pico, los valores γ no superan el valor de 7, aumentando cuando aumenta el periodo de pico. Esto es esperable ya que indica que a mayor valor del periodo de pico (oleaje más energético) el espectro es más apuntado y a la vez más estrecho, válido para oleaje tipos *swell*. En la gráfica superior derecha se observa cómo v^2 se comporta de manera inversa debido a la relación existente entre estos parámetros. Por otro lado no se ha obtenido una relación con un alto coeficiente de correlación entre la relación de alturas de ola y entre los parámetros γ y v^2 .

El ajuste basado en el estado del arte, fue inicialmente de la forma:

$$H_s^* = K \cdot H_s^\alpha \cdot T_p^\beta \cdot \gamma^\delta \cdot v^\varepsilon \quad (10)$$

Se observó la poca incidencia de los parámetros γ y v^2 , tal y como se ha comentado anteriormente, por lo que se pasó a una formulación similar a la utilizada por Bowers (1992), pero sin tener en cuenta la profundidad, ya que todas las medidas se tomaron a la misma profundidad y partiendo del hecho de que el efecto de la marea se considera despreciable. Esto significa que la anchura espectral no está relacionada con la relación H_s/H_s^* , para oleajes tipo *swell*. Escogiendo, por tanto, aquellos puntos que superen un coeficiente de correlación lineal superior a 0.97 en el ajuste a un espectro JONSWAP, se obtuvo:

$$H_s^* = 0.0068 \cdot H_s^{1.402} \cdot T_p^{0.667} \quad (11)$$

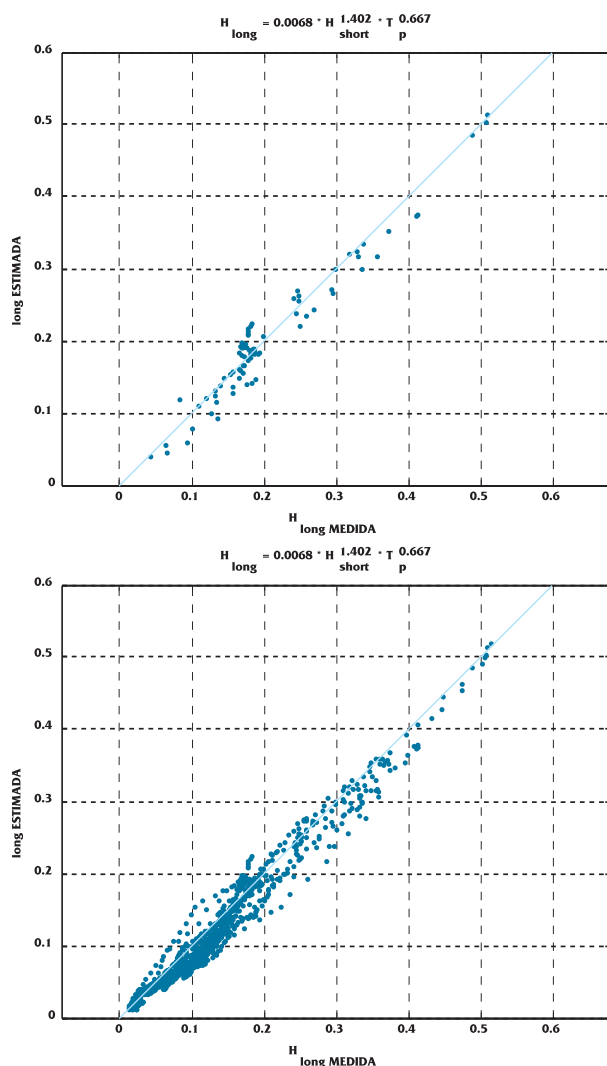


Figura 11. Resultado del ajuste para los datos analizados (arriba) y para todos los datos medidos en la primera toma de datos (abajo).

Se puede apreciar cómo el ajuste obtenido concuerda bastante bien con el obtenido por Bowers (1992) para Port Talbot, mostrado anteriormente. Las mayores similitudes aparecen en el valor de la constante K y del exponente de la altura de ola. En el caso de la constante se ha obtenido el valor de 0.0068, frente a 0.0064 obtenido por Bowers (1992). Este obtuvo un valor del exponente de 1.32 frente a 1.402, propuesto en este trabajo. La discrepancia entre los exponentes del periodo de pico (0.666 aquí, y 1.17, para Bowers, 1992), puede ser debida al hecho de no incluir la profundidad en el ajuste. Éste propuso un valor de 0.34 en el exponente de la profundidad. El orden de magnitud de la profundidad (22 m) en el ajuste realizado y los valores de periodo de pico en los estados de mar seleccionados (entre 16 y 22 s), es el mismo y el hecho de considerar únicamente puntos a una misma profun-

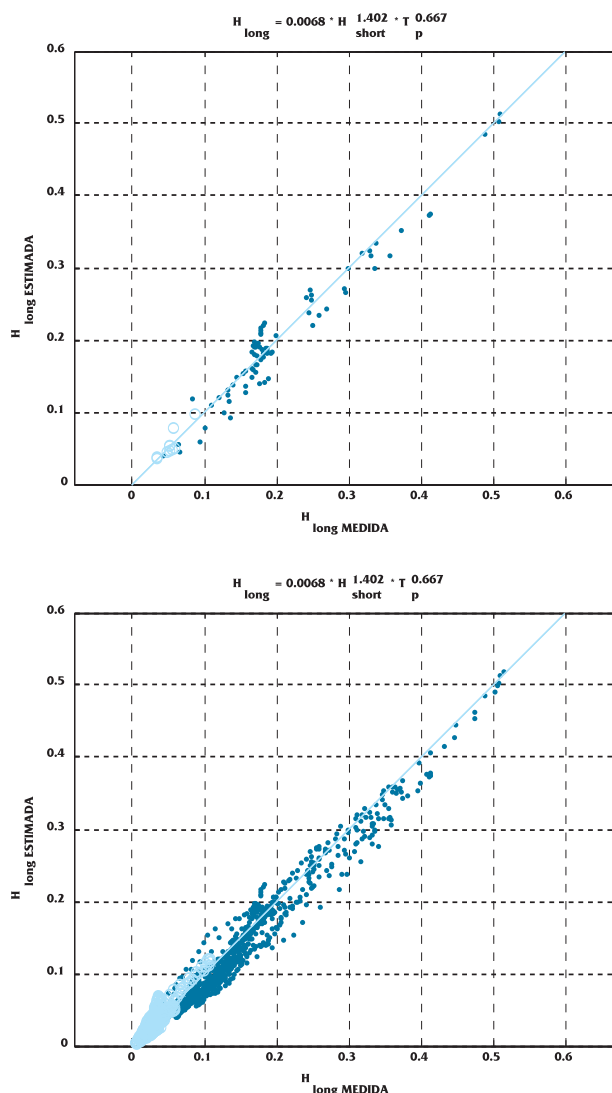


Figura 12. Resultado del ajuste para los datos analizados (arriba) y para todos los datos medidos (abajo), en la primera toma de datos (puntos rellenos) y en la segunda (puntos huecos).

didad hace que el factor profundidad aparezca como una constante que afecta a todos los valores.

En la figura 11 se muestra el valor medido de H_s para ondas infragravitatorias y la estimación mediante el ajuste, para los estados de mar seleccionados previamente (arriba) y para todos los estados de mar medidos (abajo). El coeficiente de correlación lineal para dicho caso es de 0.98, considerando únicamente los puntos del ajuste y de 0.95, para todos los puntos. Es, por tanto, una buena predicción, tal y como se aprecia en el gráfico de la derecha, incluso en el caso de considerar estados de mar que no se consideran *swell*. Además, se debería haber tenido en cuenta la direccionalidad de los frentes que componen el espectro, tal y como señala Sand (1982) en su trabajo, y que no se ha hecho por la naturaleza de

la instrumentación utilizada en campo.

Para validar la formula propuesta se han utilizado los datos obtenidos en la misma localización, en la segunda campaña estacional, invierno-primavera 94-95. Dichos datos no recogen ningún temporal tan energético como los primeros datos, con lo que no se pueden utilizar para un nuevo ajuste pero sí para una comprobación de la formulación obtenida.

Como muestra el gráfico superior de la figura 12, el ajuste para los estados de mar más energéticos de los registros de comprobación (puntos huecos), es bastante bueno, aunque como se aprecia su altura de ola es bastante inferior a los datos iniciales debido a la no existencia de temporales en el periodo que duró la toma de datos. El mismo comportamiento se observa en el caso representar todos los estados de mar en ambos casos.

Periodo de pico de onda larga

A la hora de definir el periodo de pico se ha seguido el mismo criterio empleado por Bowers (1992) aunque existen otras definiciones también válidas. El periodo de pico de onda larga se define como el correspondiente a la frecuencia donde la curva de densidad de energía espectral toma el valor máximo, en el rango 60-400 segundos.

Mediante la observación de todos los espectros en la banda de energía infragravitatoria se aprecia que los casos de temporal ($H_s > 3$ m), la máxima energía en onda larga se localiza siempre en la banda correspondiente a 130-200 segundos. Por otro lado, aparece un paquete de energía, que no está asociado siempre a la presencia de temporales en la banda de 75-90 segundos. Aparece en ciertos estados de mar y su persistencia es inferior a la duración de éste.

Para el ajuste del periodo de pico, se procedió de manera análoga al caso anterior con la altura de la onda larga. La función de partida fue la siguiente:

$$T_p^* = K \cdot H_s^\alpha \cdot T_p^\beta \cdot \gamma^\delta \cdot \nu^\epsilon \quad (12)$$

Como se aprecia la función es del mismo tipo que en el ajuste anterior. Los resultados obtenidos, muestran correlaciones pobres con todos los parámetros espectrales excepto con el periodo de pico de onda corta, motivo por el cual, la función propuesta es:

$$T_p^* = 8.03 \cdot T_p \quad (13)$$

mostrando un rango de valores posibles de la constante entre 7 y 10.

El ajuste revela que la posición más probable del máximo de energía de onda larga se localiza en un periodo ocho veces mayor (valor medio de los datos analizados) que el periodo asociado a onda corta, como se ve en la figura 13. Por tanto, según los ajustes realizados, el parámetro que más influye en la localización de la energía en la banda infragravitatoria es el periodo de pico asociado a la onda corta. Esto viene a corroborar las intuiciones de Goda (1983), que afirmaba que los espectros más energéticos desde el punto de vista de onda larga eran aquéllos que mostraban picos muy agudos en la función de densidad espectral en la banda de onda corta, y que interactuaban entre ellos como paquetes *wavelets*, para la generación de la onda larga. En nuestro caso este ajuste es aplicable a este tipo de espectros que señala Goda (1982): los tipo swell, para los que el ajuste anteriormente presentado muestra valores de correlación entre periodo de pico simulado y medido, altos. Para los demás casos, aquí no expuestos, en los que la energía de onda corta no se encuentra en una frecuencia tan preponderante, la correlación es bastante pobre.

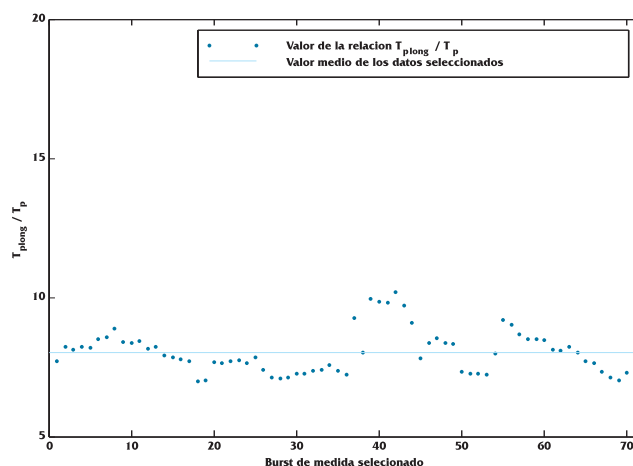


Figura 13. Evolución de la relación $T_{p_onda_larga} / T_p$ para a lo largo de los burst utilizados para el análisis

Una de las principales razones por las que para los periodos se ha obtenido una correlación inferior al caso del ajuste de las alturas de onda larga, es la duración de las series analizadas. Ésta no es la óptima para el análisis que se persigue en este trabajo debido a que el número de ondas largas que entran en el registro de 18 minutos es muy pequeño (entre 8 y 12), por lo que el análisis de Fourier realizado no es muy preciso. La técnica anteriormente descrita de

agregar paquetes de ceros, consigue una mayor definición en esta banda de energía, si bien no mejora la exactitud de la estimación. Así se consigue acentuar el valor de la densidad de energía espectral en aquellas frecuencias donde realmente hay energía, reduciendo por su parte el ruido numérico en las demás, considerando que en los valores inferiores a $0.05 \text{ m}^2\text{s}$, de densidad de energía espectral, no existe energía real de la onda. Esto se puede apreciar en el caso del espectro ejemplo de la figura 7.

Por último, cabe destacar que el concepto de periodo de pico es un parámetro que únicamente localiza la posición del máximo de energía en la banda infragravitatoria. Su valor no implica pues ni la forma del espectro en esta banda ni los contenidos energéticos, relacionados con la altura de onda larga estimada en el apartado anterior. Esto se puede apreciar en la figura 7, donde coexisten dos paquetes energéticos en la banda infragravitatoria (frecuencias 0.005 y 0.013 s^{-1}). La determinación pues de un método predictivo para la forma tipo del espectro en la banda infragravitatoria, así como la separación e identificación de los distintos paquetes requiere un estudio específico. En general el rango de energía de onda larga está entre 60 y 400 segundos.

Es, por tanto, aconsejable la realización de una campaña, diseñada especialmente para caracterizar la onda larga, donde la duración de los registros así como la disposición de los sensores sea la adecuada para mejorar los resultados obtenidos en este trabajo, cuyos datos proceden de una campaña realizada para otros fines.

Consideraciones sobre la naturaleza de la onda larga.

Una vez realizado el análisis de los registros de oleaje, y tras la revisión de los resultados obtenidos, se plantean una serie de cuestiones. En primer lugar, el uso de la transformada de Fourier para el análisis de las señales, implica que las propiedades espectrales de dicha señal se mantengan estables dentro de la duración del registro. Esto es un hecho aceptado para el oleaje de corto periodo, donde se asume que en un periodo de tiempo, conocido como estado de mar, las características del oleaje se mantienen constantes. Para las ondas infragravitatorias, por otro lado, se desconoce si existe estacionalidad. La onda larga presente en los estados de mar registrados no sigue un patrón de comportamiento común y la composición de los espectros en la banda infragravitatoria es tal que aparece energía en todas las frecuencias entre 60 y 400 segundos.

En principio habría que definir el modelo matemático de onda larga. Es decir, estamos suponiendo al utilizar la transformada de Fourier, que la onda larga se representa como una suma de senoides de diferente periodo con un desfase entre ellas, como extrapolación del modelo matemático de onda corta. Posiblemente esta herramienta de trabajo no sea del todo afortunada para las ondas infragravitatorias.

Por otro lado, se ha observado que existen estados de mar consecutivos que presentan paquetes de energía distribuidos de manera diferente. Esto da pie a dudar de la posible existencia de un estado de mar de onda larga, es decir que no exista una estacionalidad de las características de las ondas infragravitatorias. La manera de comprobarlo sería a través del análisis de series de oleaje con una longitud del registro lo suficientemente largas, que permitiera observar la persistencia del oleaje en la banda infragravitatoria al tiempo que mantengan el contenido energético en onda corta. Esto es francamente difícil por lo que la solución podría estar en el empleo de otras herramientas para la determinación de las magnitudes de la onda larga. Posiblemente la convolución de los registros de oleaje con otro tipo de funciones que no exijan la estacionalidad del espectro, con otro significado físico que el que aporta la transformada de Fourier, sería más adecuado para su representación.

CONCLUSIONES

Las conclusiones que se extraen de este trabajo son:

1. Se ha desarrollado una metodología de predicción de la energía en la banda infragravitatoria a partir de los datos de presión en una localización. Con este método, dado un espectro JONSWAP, es posible la simulación de las características de la altura de ola significativa y periodo de pico de onda larga en Gijón.
2. La anchura espectral de Longuet-Higgins (1957) no afecta a la relación H_s^*/H_s ni a la localización del periodo de pico en la banda infragravitatoria (T_p^*).
3. La influencia del coeficiente γ es despreciable a la hora de simular la energía de onda larga, por lo que no se ha tenido en cuenta en la formulación.

4. La correlación obtenida entre los casos estimados y medidos en el ajuste realizado para la altura de la infragravitatoria es alta (98%) incluso en el caso de utilizar todos los estados de mar (95%).
5. La comprobación realizada para los datos de la segunda campaña muestra que el ajuste obtenido aproxima con exactitud la energía de la onda infragravitatoria.
6. En general el rango de energía de onda larga está entre 60 y 400 segundos.
7. El máximo de energía de la banda infragravitatoria se localiza en el intervalo 130-200 segundos para el caso de temporales.
8. Aparece un paquete de energía en la banda 75-90 segundos, cuya ocurrencia no está asociada con una situación de temporal, y cuya duración es inferior a éste.
9. El factor que más afecta a la situación del periodo de pico en la banda infragravitatoria es el periodo de pico de la onda gravitatoria.
10. La correlación en el caso del ajuste del periodo de pico de la onda infragravitatoria es más pobre debido a las características de los registros de medida empleados.
11. El ajuste para la altura de onda infragravitatoria es: $H_s^* = 0.0068 \cdot H_s^{1.402} \cdot T_p^{0.667}$, donde:

H_s^* : altura de ola significativa para onda larga
 H_s : altura de ola significativa para onda corta
 T_p : periodo de pico para onda corta

12. El ajuste para el periodo de pico de onda infragravitatoria es: $T_{p\text{ long}}^* = 8.03 \cdot T_p$, donde:

$T_{p\text{ long}}^*$: periodo de pico para onda larga
 T_p : periodo de pico para onda corta

Limitaciones

Las limitaciones de los resultados obtenidos en este trabajo son:

1. Aunque la metodología aplicada podría ser aplicada en otras localizaciones, la formulación propuesta es una aproximación válida únicamente para la bocana de Gijón.

2. No se ha tenido en cuenta la influencia de la profundidad, por no contar con datos a distintas profundidades.
3. No se ha tenido en cuenta la reflexión del Dique Príncipe de Asturias, en el cálculo de las magnitudes del oleaje, debido a la imposibilidad de calcularlo con las medidas analizadas.
4. La longitud de los registros de medida empleados (≈ 18 minutos), provoca que el número de ondas largas que entran en el registro no sea suficiente para una adecuada caracterización de la energía en la banda infragravitatoria.

A pesar de ello, los resultados obtenidos son consistentes con los correspondientes a otros autores mostrando una altísima correlación entre parámetros de onda corta y onda larga. Por tanto, consideramos que la aproximación realizada sirve para caracterizar adecuadamente, con la información disponible, las ondas infragravitatorias en Gijón.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen los comentarios realizados por los evaluadores del manuscrito.

LISTA DE SIMBOLOS

- α exponente empírico de la altura de ola significativa de onda corta.
- β exponente empírico del periodo de pico.
- γ factor de apuntamiento del espectro Jonswap.
- δ exponente empírico de la anchura espectral de Longuet-Higgins.
- ε exponente empírico del factor de apuntamiento del espectro Jonswap.
- η elevación de la superficie libre.
- v^2 anchura espectral de Longuet-Higgins.
- ρ densidad del agua.
- σ frecuencia.
- χ exponente empírico de la profundidad.
- ϕ valor del potencial de velocidades.
- C parámetro de Phillips del espectro de oleaje JONSWAP.
- f frecuencia.
- f_p frecuencia de pico.
- g valor de la aceleración de la gravedad.
- h profundidad.
- H_s^* altura de ola significativa de onda larga.
- H_s altura de ola significativa de onda corta.

K constante.
k número de onda.
 m_n momento de orden-n.
p presión.
 $S(f)$ densidad de energía espectral.
 T_p^* Tperiodo de pico de onda larga.
 T_p^l periodo de pico de onda corta.
u velocidad horizontal.
v velocidad transversal.
w velocidad vertical.
z profundidad.

BIBLIOGRAFÍA

- BOWERS, E. C., 1977, Harbour Resonance due to set-down beneath wave groups. *J. Fluid Mech.*, 1, 71-92.
- BOWERS, E. C., 1992, Low frequency waves in intermediate water depths. *Proc. 23rd Int. Conf. On Coast. Eng.*, Venice, ASCE.
- FUNKE, E. R. y MANSARD E. P. D., 1979. On the synthesis of natural wave trains in deep water, *Proc. 17th Int. Conf. On Coast. Eng.*, Sydney, pp. 2974-2991.
- GODA, Y., 1983. Analysis of Wave Grouping and spectra of Long-travelled Swell, Report of the Port and Harbour Research Institute, Vol 22, N° 1.
- HERBERS T. H. C., ELGAR S Y GUZA R. T., 1992. Infragravity frequency (0.005-005 Hz) motions. *23rd Int. Conf. On Coast. Eng.*, Venice, ASCE, 846-859.
- KIMURA, A., 1980. Statistical properties of random wave groups, *Proc 17th Int. Conf. Coastal Eng.*, Sydney, pp. 2955-2973.
- LIU, P.L.-F. y M. ISKANDARINI, 1991. Scattering of wave groups by submerged horizontal plate. *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng.*, 117, 235-246.
- LONGUET-HIGGINS, M. S., 1957. The statistical analysis of a random, moving surface. *Phil. Trans. R. Soc. London, Ser. A*, 312: 219-250.
- LONGUET-HIGGINS, M. S., and R. W. STEWART, 1962. Radiation Stress and mass transport in surface gravity waves with application to 'surf beats'. *J. Fluid Mech.*, 13, 481-504.
- LOSADA, M. A., I.J. LOSADA y A. ROLDAN, 1993. Propagation of oblique incident modulated waves past rigid, vertical thin barriers. *Appl. Oc. Res.* 15, 305-310.
- Mardia, K. V., 1970. A translation family of bivariate distributions and Fréchet bounds, *Sakhyā, Sar. A*, 32, pp199-122.
- MARTÍN, M. J., C. BENITO y P. ABERTURAS, 1999. Funciones de transferencia oleaje-onda de grupo para el litoral español. Propuesta para la elaboración de un atlas de onda de grupo. V Jornadas Españolas de Ingeniería de Costas y Puertos, La Coruña. Vol. I, pp 65-79.
- MARTÍN, F.L., LOSADA, M.A., VIDAL, C., DIAZ RATO, J., 1996. Prototype measurements of wave pressures on a wave screen: comparison to physical and analytical models. *Proceedings International Conference Coastal Engineering (ICCE)*, ASCE, Orlando, Florida, USA, no. 25, Volume 2, Chapter 137, 1762-1775.
- MEDINA, J. R. (1990). The Dependency of Inshore Long waves on the Characteristics of Offshore Short Waves (Discussion), *Coastal Eng.*, ELSEVIER. 14,185-190.
- MEI, C. C., and BERMOUSSA, C., 1984. Long Waves induced by short waves groups over an uneven bottom, *J. Fluid Mech.*, 139, 219-235.
- MOLIN, F., 1982. On the generation of long period second order free waves due to changes in bottom profile. *Ship Res. Inst. Papers.*, Vol 68. Tokyo.
- MUNK, W. H., 1949. Surf Beats. *Eos Trans. AGU*, 30, 849-854.
- NELSON, R. C., P. D. TRELOAR y N. V. LAWSON, 1988. The Dependency of Inshore Long Waves on the Characteristics of Offshore Short Waves. *Coast. Eng. ELSEVIER Sci. Pub. Amsterdam*, 12, pp 213 a 231.
- OKIITO M., GUZA R. T. y SEYMOUR R. J., 1992. Bound infragravity waves. *J. Geophys Res*, Vol 97, C7, pp11453.
- OTTESEN-HANSEN, N.E., S.E. SAND, H. LUNDGREN, T. SORENSEN y H. GRAVESEN. Correct reproduction of group induced long waves, 1980. *Proc. 18th Int. Coast. Eng. Conf.*, pp. 784-800.
- SAND, S.E., 1982. Long waves in directional seas. *Coastal Eng.*, ELSEVIER. 6, 195-208.
- SEDIVY, G., 1978. Ocean Wave Group Analysis. Rep. NPS-68 SC-TH 78091, Naval Post-graduate School, Monterey, Calif., U.S. Dep. Of Commerce, 87 pp.
- TUCKER, M. J., 1950. Surf Beats: Sea waves of 1 to 5 minute period. *Proc. Roy. Soc. Lon.*, A202, 565-573.
- VIS, F. C.A. MOL, M. M. RITA, C. DEELEN, 1985. Long waves and harbour design. *Int. Conf. On Num. & Hyd. Modelling of ports and harbours. IAHR and BHRA*, 249 a 255.