

RICOSTRUZIONE DI IDROGRAMMI SPERIMENTALI SU SUPERFICI IMPERMEABILI*

Valerio Milano¹, Stefano Pagliara², Maurizio Venutelli²

RESUMEN: Se reconstruyen algunas experiencias clásicas de escorrentía sobre superficies impermeables bajo condiciones de lluvia simulada, mediante el empleo de un programa de cálculo que implementa las ecuaciones completas de Saint-Venant en forma unidimensional, efectuadas en algunos laboratorios y trasladadas a la literatura científica. El algoritmo empleado resuelve numéricamente las ecuaciones completas de Saint-Venant mediante un esquema de tipo Taylor-Galerkin del segundo orden en dos pasos.

INTRODUZIONE

Notevoli sforzi sono stati effettuati nel passato per la sperimentazione e la raccolta di dati per la rappresentazione dei processi che avvengono lungo superfici impermeabili atte a simulare lo scorrimento che si ha su tetti, strade, parcheggi, autostrade, piste aeroportuali ed in tutte quelle situazioni che risultano tipiche di situazioni relative a zone urbanizzate.

Il presente lavoro, mediante l'utilizzo delle equazioni dinamiche complete sia in falda che in rete ha come scopo la ricostruzione di alcune esperienze di laboratorio ben note in letteratura. Tali dati sperimentali risultano di grande importanza ai fini di una migliore comprensione dei fenomeni che danno luogo al deflusso superficiale su falde impermeabili.

DATI SPERIMENTALI UTILIZZATI

I bacini di laboratorio scelti per la simulazione sono 3 e si differenziano fra loro per alcune peculiarità. In tutti i casi l'apparato sperimentale consta di un simulatore di pioggia e di una o più falde che simulano lo scorrimento sulle superfici impermeabili.

a) Public Road Research Board e SCS, Washington D.C. (USA):

Gli esperimenti sono stati eseguiti durante gli anni quaranta (1942-1943) da C.F. Izzard (1942, 1944). Alcuni di tali dati sono riportati da Maksimovic-Radojkovic (1986) per il bacino sperimentale classificato con la sigla US1L.

La superficie sperimentale aveva una lunghezza L_1 variabile da 3.66 a 22.2 m, larghezza w_1 pari a 1.83 m e pendenza s_1 variabile dallo 0.1 al 4%

(Fig.1a). La superficie della falda sperimentale, per le prove simulate, risultava costruita in asfalto liscio e misurava 21.95 x 1.83 m con una pendenza $s_1=0.5\%$.

b) Programma sperimentale del Los Angeles District of the Corps of Engineers (USA):

Durante il periodo 1948-1954 sono stati eseguiti numerosi esperimenti nel laboratorio di Santa Monica (California). L'apparato sperimentale consisteva in un canale in calcestruzzo di lunghezza $L_2=152.4$ m e larghezza $w_2=0.914$ m (Fig. 1b) con pendenza regolabile (Yu, McNown 1964) e pari, negli esempi simulati, al 2%.

c) Apparato sperimentale dell'Università di Belgrado (YU1L):

L'apparato sperimentale installato presso l'Università di Belgrado (Maksimovic-Radojkovic, 1986) permetteva di effettuare esperienze su superfici di differente pendenza, area, scabrezza superficiale e rete di drenaggio.

Nel presente lavoro vengono ricostruiti alcuni eventi relativi ad un bacino con due falde simmetriche ($w_3=2$ m, $L_3=4$ m) di pendenza

$s_3=4.55\%$ costruite in PVC rigido, con un canale centrale di pendenza se pari a 0.75% . (Figura 1c).

Data la presenza, nei bacini sperimentali sopra descritti, di falde con pendenza unica, lo studio successivo viene condotto con riferimento ad una striscia di larghezza unitaria delle falde stesse, per le quali è da ritenere che le condizioni di flusso siano praticamente unidimensionali.

* Ricerca effettuata con contributi M.U.R.S.T. (fondi ex 40%)

¹ Prof. Ing., ² Dott. Ing.

Istituto di Idraulica - Facoltà di Ingegneria - Università degli studi di Pisa v. Gabbia 22 - I-56126 Pisa, Italia
e-mail: pagliara@cdc.it

Artículo publicado en *Ingeniería del Agua*. Vol.4 Num.1 (marzo 1997), páginas 51-56, recibido el 30 de septiembre de 1996 y aceptado para su publicación el 3 de diciembre de 1996. Pueden ser remitidas discusiones sobre el artículo hasta seis meses después de la publicación del mismo. En el caso de ser aceptadas, las discusiones serán publicadas conjuntamente con la respuesta de los autores en el primer número de la revista que aparezca una vez transcurrido el plazo indicado.

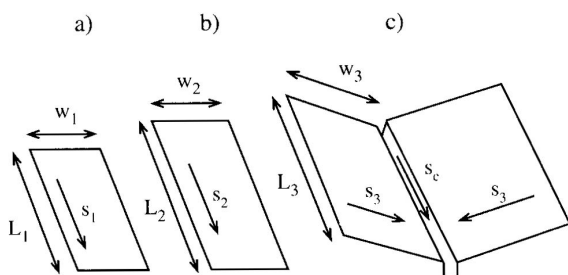


Figura 1 - Schema dei bacini de laboratorio utilizzati

LE EQUAZIONI DI BASE E LA LORO INTEGRAZIONE NUMERICA

Lo scorrimento delle acque dovute alle precipitazioni sopra un piano superficiale inclinato e' un classico fenomeno di moto vario gradualmente variato; in altre parole la portata, la velocita' e i livelli liquidi sono funzione della posizione spaziale e del tempo ed inoltre la corrente viene considerata lineare e quindi con distribuzione idrostatica delle pressioni nelle sezioni trasversali che, dati i bassi valori delle pendenze, vengono fatte coincidere con quelle verticali.

La base teorica del fenomeno sopra descritto e' fornita dal classico sistema di equazioni di de Saint- Venant che, in forma monodimensionale, puo' essere scritto (Cunge et al., 1980):

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial p(f)}{\partial x} + w(f) = 0, \quad (1)$$

dove:

$$f = \begin{bmatrix} h \\ hu \end{bmatrix}, \quad p(f) = \begin{bmatrix} hu^2 + \frac{hu_1}{2} gh^2 \\ -q \end{bmatrix}, \quad w(f) = \begin{bmatrix} -q \\ -gh(S_0 - S_f) \end{bmatrix},$$

in cui $h(x,t)$ e $u(x,t)$ sono rispettivamente l'altezza liquida e la velocita' media, x la coordinata spaziale, t il tempo, g l'accelerazione di gravita', q [m/s] la portata entrante per unita' di percorso, rappresentata, nel seguito, dall'intensita' i di pioggia, S_0 la pendenza di fondo e S_f la perdita di carico per unita' di lunghezza.

Impiegando la formula di Darcy-Weisbach per esprimere tale grandezza, si ha:

$$S_f = \frac{\lambda u^2}{4R2g}, \quad (2)$$

in cui $Re = uh/v$ e' il raggio idraulico e assunto pari all'altezza liquida e λ il fattore di attrito che, in condizioni di moto laminare, puo' essere espresso:

$$\lambda = \frac{C}{Re} = \frac{25.2}{Re}, \quad (3)$$

in cui $Re = uh/v$ e' il numero di Reynolds e v [m²/s] la viscosita' cinematica.

Alcuni Autori (Yoon, Wenzel 1971, Chow, Yen 1976, Radojkovic, Maksimovic 1986) basandosi su molti dati sperimentali hanno ricavato delle formule, valide nel caso di moto laminare, che danno il valore di C in funzione dell'intensita' di pioggia i . Nel presente lavoro, in via semplificativa, sono state utilizzate le eq. (3) e (4) per esprimere il fattore di attrito.

In condizioni di moto turbulento, su superficie liscia, si e', invece, assunta la relazione:

$$\lambda^{-0.5} = 2 \log(Re \cdot \lambda^{-0.5}) + 0.4 \quad (4)$$

Le espressioni (3) e (4) hanno come valore comune $Re = 513$, per distinguere la condizione di flusso da laminare a turbulento (Chow, Ben-Zvi, 1973).

In situazioni di moto turbulento su superfici scabre, e' stata assunta la formula di Manning:

$$S_f = \frac{u^2}{K^2 R^{4/3}} \quad (5)$$

in cui K [m^{1/3}s⁻¹] e' il coefficiente di scabrezza secondo Gauckler-Strickler.

Il sistema di equazioni (1) definisce in modo completo il fenomeno dello scorrimento superficiale per un dominio monodimensionale di lunghezza L , una volta fissati i valori di altezza liquida $h(x,t) = h(x,t_0)$ e velocita' $u(x,t) = u(x,t_0)$ iniziali (per h e' stato assunto un valore pari a 0.0001m e per u , il corrispondente di moto uniforme) e una volta specificate le opportune condizioni sulle sezioni di contorno. Queste ultime negli esempi che seguono vengono fissate come condizioni di flusso che, data l'ipotesi di altezza critica nella sezione $x=L$, risultano

$$u(0,t) = 0 \\ u(L,t) = \sqrt{gh}$$

Nel presente lavoro, il sistema di equazioni (1) viene risolto numericamente con uno schema Taylor-Galerkin del 2° ordine a due passi (TG2-2s) come originariamente proposto da Richtmyer (Richtmyer, Morton 1967) e già applicato nell'ambito del metodo agli elementi finiti per la risoluzione di sistemi di equazioni iperboliche (Donea e Al. 1988, 1993) e, in particolare, per la rappresentazione di varie situazioni di moto vario per correnti a superficie libera (Kawahara e Al., 1978, Peraire e Al., 1986, Venutelli 1994).

Il vettore f delle grandezze incognite viene dapprima esplicitato nel tempo, nell'intervallo Δt , dal passo d'integrazione k a quello $k+1$, con sviluppo in serie di Taylor arrestato al 2° ordine:

$$f^{k+1} = f^k + \Delta t \frac{\partial f^k}{\partial t} + \frac{1}{2} (\Delta t)^2 \frac{\partial^2 f^k}{\partial t^2} = \\ = f^k + \Delta t \left(f^k + \frac{1}{2} \Delta t \frac{\partial f^k}{\partial t} \right) \quad (6)$$

$$f^{k+1/2} = f^k + \frac{1}{2} \Delta t \frac{\partial f^k}{\partial t} \quad (7)$$

$$f^{k+1} = f^k + \Delta t \frac{\partial f^{k+1/2}}{\partial t} \quad (8)$$

da cui si ha il noto schema a due passi (two-step):

Integrando le equazioni (7) e (8) nello spazio, con il metodo di Galerkin classico agli elementi finiti, si ottengono, per una discretizzazione con N-1 elementi, i due sistemi di N equazioni lineari:

$$M_I f^{k+1/2} = M f^k - \frac{\Delta t}{2} M W^k - \frac{\Delta t}{2} B p^k \quad (9)$$

$$M_L f^{k+1} = M f^k - \Delta t M W^{k+1/2} - \Delta t B p^{k+1/2} \quad (10)$$

da cui si ricava esplicitamente, per ogni nodo j, il vettore f delle incognite al livello di tempo k+1.

I termini delle matrici M, M_L e B sono dati, per un generico elemento di lunghezza Δx_j, dalle espressioni:

$$M_{ij}^e = \int_{\Delta x_j} \phi_i \phi_j dx \quad M_{Lij} = \sum_{j=1}^N M_{ij}, \quad M_{Lij} = 0$$

$$B_{ij}^e = \int_{\Delta x_j} \partial_x (\phi_j) \phi_i dx \quad i, j = 1, 2$$

Data la presenza, nei termini da integrare, di derivate spaziali fino al primo ordine, è quindi sufficiente, per soddisfare la condizione di compatibilità e quindi garantire la convergenza monotona dello schema, l'impiego di elementi con funzioni di base ϕ_i(X) lineari (continuità C⁰):

$$\phi_j(x) = \begin{cases} (x - x_{j-1}) / (x_j - x_{j-1}) & \text{per } x_{j-1} \leq x \leq x_j \\ (x_{j+1} - x) / (x_{j+1} - x_j) & \text{per } x_j \leq x \leq x_{j+1} \\ 0 & \text{per } x \leq x_{j-1} \text{ e } x \geq x_{j+1} \end{cases} \quad (11)$$

E' inoltre da osservare che nei sistemi (9) e (10) è stata sostituita la matrice consistente M con la matrice diagonale M_L ottenuta con procedimento di "lumping" (diagonalizzazione). Tale sostituzione, come rilevato con l'analisi classica di stabilità (Venutelli 1994), basata sulle serie di Fourier, conferisce allo schema caratteristiche di stabilità; dalla stessa indagine si è rilevato inoltre che, per un valore del numero di Courant Cr = (u ± √gh) · Δt / Δx pari a circa 0.95, si ottiene il miglior responso di fase con errori di dispersione molto contenuti.

ANALISI DEI RISULTATI

Alcuni dei dati sperimentali utilizzati manifestano la presenza di un brusco aumento della portata che si verifica successivamente all'istante in cui cessa la pioggia e che compare in genere nel solo caso di

scorrimento su falda semplice e per numeri di Reynolds compresi fra 150 e 1150 (Yu, McNown 1964); tale aumento di portata è fisicamente dovuto al fatto che al cessare della pioggia non si ha più il disturbo che essa causa ritardando la corrente. Una tale peculiarità dell'idrogramma sparisce nel moto in canaletta a causa del piccolo volume che lo caratterizza.

Nelle Figg.2a) e 2b), 3a) e 3b), 4a) e 4b), sono riportati, relativamente al bacino rappresentato in Fig.1a), gli ietogrammi di pioggia e il confronto tra i valori osservati e quelli ottenuti col modello numerico per gli idrogrammi delle portate totali in uscita dalla falda. Analoghe grandezze, relative al bacino rappresentato nella Fig. 1b) sono riportate nelle Figg. 5a) e 5b).

Per quel che concerne il bacino a doppia falda con canaletta centrale, dell'Università di Belgrado, rappresentato in Fig. 1c), il confronto degli idrogrammi delle portate è riferito alla sezione di sbocco della canaletta stessa.

Dall'indagine numerica si rileva inoltre che, per il bacino rappresentato in Fig. 1b) dato che lo sviluppo in lunghezza, così come la pendenza, risultano relativamente elevati, le condizioni di moto, nella sezione terminale, diventano ben presto (dopo circa 50 secondi di simulazione) di regime turbolento, arrivando ad un valore massimo del numero di Reynolds pari a 8000. Diverse risultano le condizioni di flusso nel bacino di Fig. 1a) in cui si raggiunge un valore massimo del numero di Reynolds pari a 600.

Infine, per il bacino in Fig. 1c) pur essendo assai elevato il valore della pendenza di fondo le dimensioni risultano molto ridotte, per cui, nelle falde si verifica un regime di moto laminare (Remax=120); in canaletta, ovviamente, le condizioni di moto risultano di carattere turbolento.

Come si può osservare il modello impiegato ben ricostruisce i dati sperimentali a parte l'incremento di portata al termine della pioggia che, seppur elevato come valore, risulta come detto, trascurabile in volume.

Per il bacino sperimentale utilizzato da Izzard (bacino a), Radojkovic e Maksimovic (1986) hanno ottenuto ottimi risultati ricostruendo gli idrogrammi con l'onda cinematica, adottando per il coefficiente di resistenza della formula di Darcy-Weisbach un valore funzione anche dell'intensità di pioggia. Tale risultato risulta però legato alla possibilità di applicazione della semplificazione cinematica delle equazioni dinamiche che, però, non sempre risulta applicabile.

CONCLUSIONI

E' stato sviluppato e testato un modello per la simulazione del moto relativo allo scorrimento su falde impermeabili. La ricostruzione di vari eventi, ottenuti in differenti indagini di laboratorio, ha confermato la bontà dell'algoritmo utilizzato, che si basa sulla soluzione numerica delle equazioni dinamiche complete mediante uno schema Taylor-Galerkin del 2° ordine a due passi.

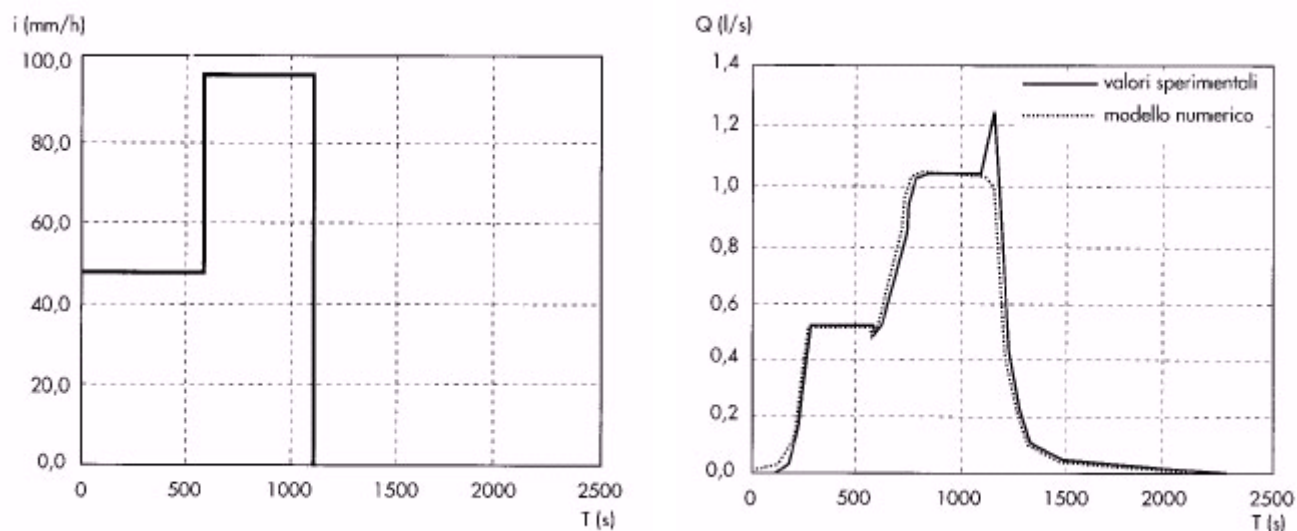


Figura 2: Bacino di Figura 1 a): a) ietogramma; b) idrogrammi misurato e ricostruito nella sezione terminale

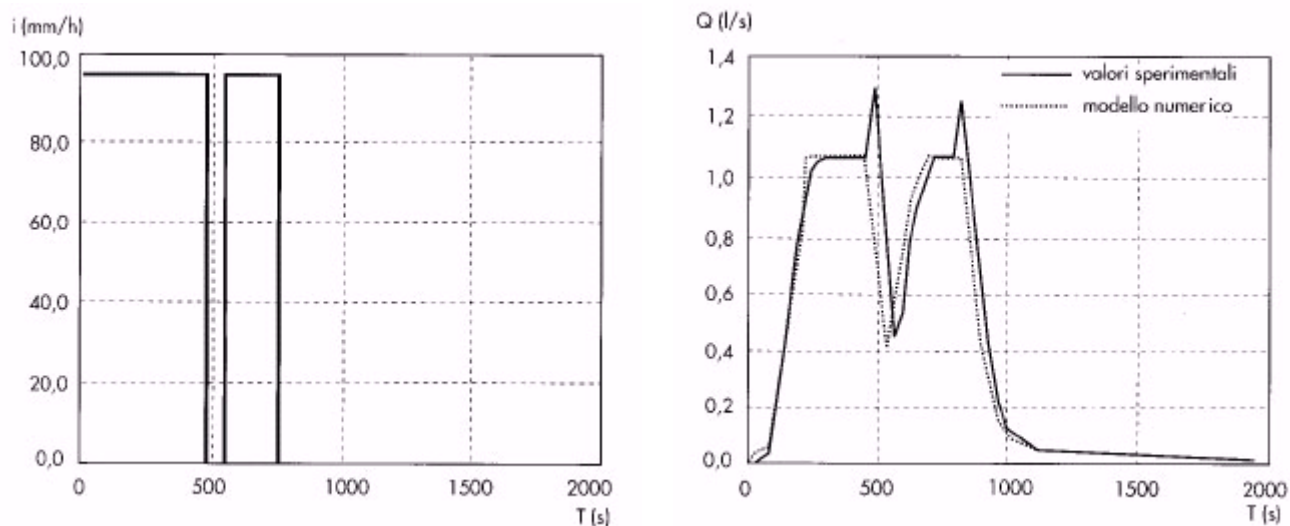


Figura 3: Bacino di Figura 1 a): a) ietogramma; b) idrogrammi misurato e ricostruito nella sezione terminale

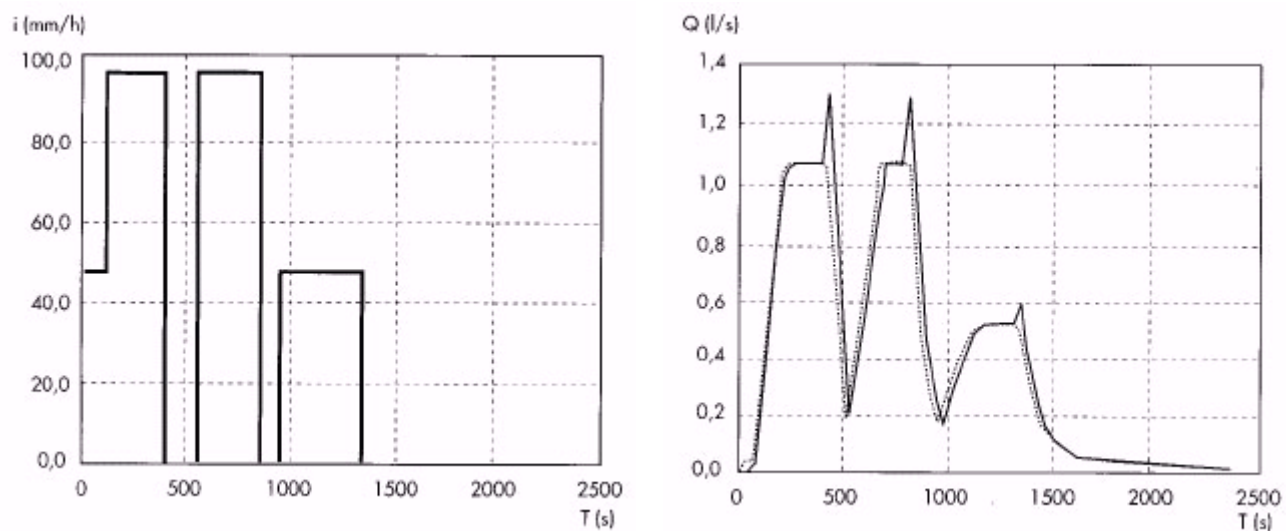


Figura 4: Bacin di Figura 1 a): a) ietogramma; b) idrogrammi misurato e ricostruito nella sezione terminale

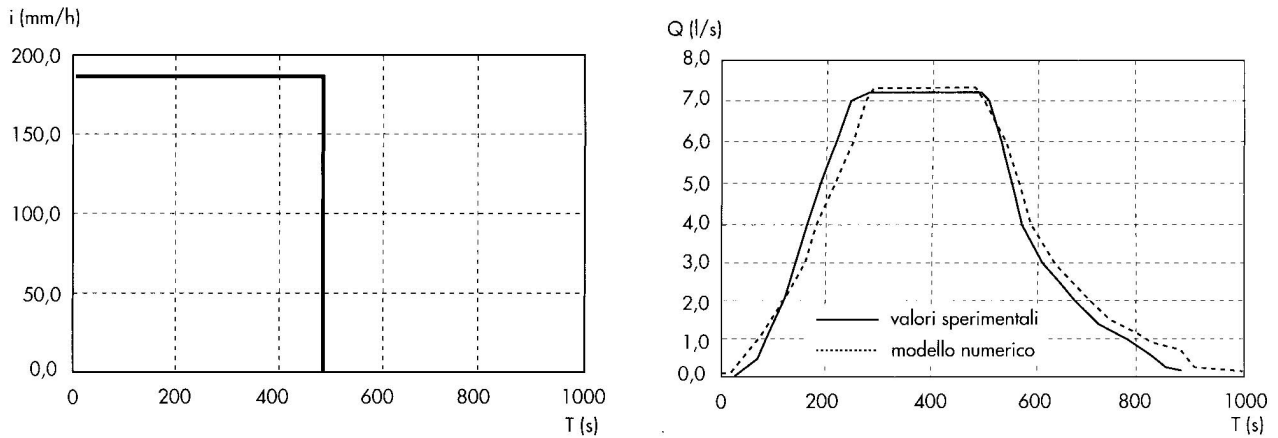


Figura 5: Bacino di Figura 1b): a) ietogramma; b) idrogrammi misurato e ricostruito nella sezione

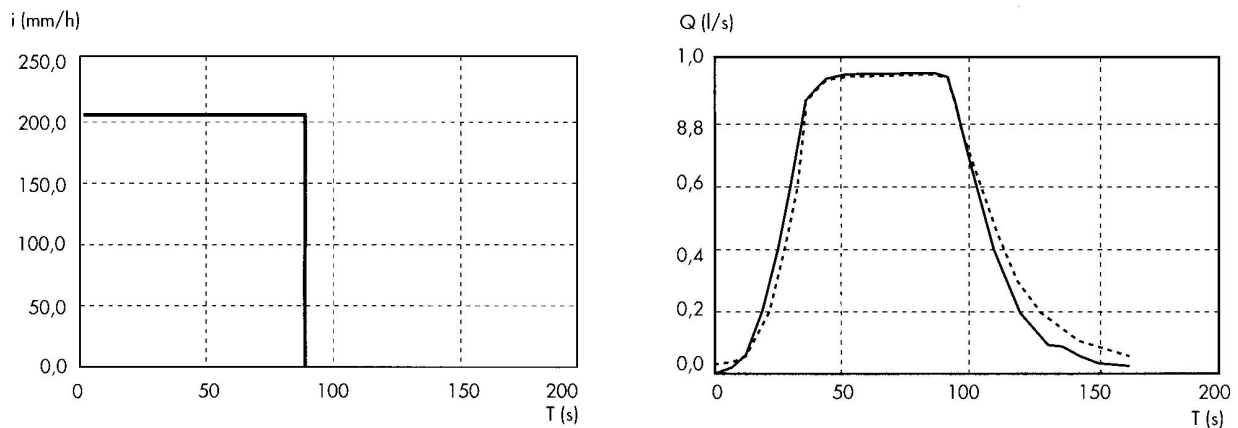


Figura 6: Bacino di Figura 1b): a) ietogramma; b) idrogrammi misurato e ricostruito nella sezione terminale della canaletta

BIBLIOGRAFIA

- Chow V.T., Ben-Zvi A. (1973) Hydrodynamic modeling of two-dimensional watershed flow, Journal of the Hydraulic Division ASCE, v.99, pp.2023-2040.
- Chow V.T., Yen B.C. (1976) Urban stormwater runoff: determination of volumes and flowrates, Report EPA 600/2-76-116, Municipal Env. Research Laboratory, Office of Res. and Dev. U.S. EPA.
- Cunge J.A., Holly P.M., Verwey A. (1980) Practical Aspects of Computational River Hydraulics, Pitman, London.
- Donea J., Seimin V., Quartapelle L. (1988) Recent developments of the Taylor-Galerkin method for the numerical solution of hyperbolic problems. Numerical Methods for Fluid Dynamics III, Ed. Morton K.W. and Baines M.J., Clarendon Press, pp.171-185.
- Donea J., Ruel E., Soria A. (1993) *On the numerical solution of hyperbolic problems. II Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería*, Ed. Navarrina F. e Casteleiro M., v.1, SEMNI pp.1-12.
- Izzard C.F. (1942) *Runoff from Flight Strips*, Proc. Highway Research Board, Vol.22 pp. 94-99 ;
- Izzard C.F. (1944) *The Free Surface Profile of Overland Flow*, Trans., AGU Vol.25 part VI, pp.959-968.
- Kawahara M., Takeuchi N., Yoshida T. (1978) *Two step explicit finite element method for Tsunami wave propagation analysis*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, v. 12, pp.331 - 351.
- Maksimovic C., Radojkovic M. (1986) Urban drainage Catchments, Maksimovic, Radojkovic Ed. Pergamon Press.
- Peraire J., Zienkiewicz O.C., Morgan K. (1986) *Shallow water problems: a general explicit formulation*, International Journal for Numerical Method in Engineering, v.22, pp.547-574.

- Radojkovic M., Maksimovic C.(1986) *UDM Data base Guidelines for Application and First Results. in Urban drainage Catchments*, Maksimovic, Radojkovic Eds. Pergamon Press.
- Richtmyer R.D., Morton K.W.(1967) Difference Methods for Initial-Value Problems, Wiley, New York.
- Venutelli M.(1994) *Un modello Taylor-Galerkin per la simulazione di correnti a superficie libera in presenza di discontinuità*, L' Energia Elettrica, v.71, n.5, pp.327-340.
- Yoon Y.N., Wenzel H.G. Jr. (1971) *Mechanics of sheet flow under simulated rainfall*. Journal of the Hydraulic Division ASCE, HY9, pp. 1367-1386
- Yu Y.S., McNown J.(1964) *Runoff from impervious surfaces*. Journal of Hydraulic Research Vol.2 n.1.