

HIDRODINÁMICA BIDIMENSIONAL DEL CANAL DE DESCARGA DE LA CENTRAL HIDROELÉCTRICA DE CARUACHI: CORRELACIÓN MODELO MATEMÁTICO 2DH - PROTOTIPO

M.A. Toscano Díaz

CVG EDELCA
Departamento de Hidráulica, Bolívar (Venezuela)
mtoscano@edelca.com.ve

G.A. Montilla Castro

CVG EDELCA
Departamento de Hidráulica, Bolívar (Venezuela)

Resumen: La Central Hidroeléctrica de Caruachi está localizada en la zona Sur-Oriental de Venezuela en el Estado Bolívar sobre las aguas del Río Caroní. Está equipada por 12 turbinas tipo Kaplan con 2196 MW de potencia instalada y un Aliviadero con una capacidad de 30000 m³/s. En este trabajo se presenta una correlación Modelo Matemático - Prototipo, cuyo objetivo es determinar la hidrodinámica del flujo del Canal de Descarga de Caruachi mediante el modelo matemático bidimensional SMS-FESWMS-2DH. El modelo matemático se elaboró geométricamente similar al prototipo y se calibró con respecto a los patrones de velocidades y niveles del agua medidos en el mismo. Los resultados indican que el modelo matemático representa el comportamiento hidrodinámico de las líneas de corriente en las zonas central e izquierda del canal, sin embargo el comportamiento del flujo en la margen derecha no pudo representarse por la poca inercia que tiene el flujo en ese sector, aunado al cambio brusco en la geometría del fondo. La correlación de niveles del agua obtenida durante la calibración modelo - prototipo fue de 0.4 %, lo cual se considera un valor que define la robustez numérica del modelo matemático bidimensional.

INTRODUCCIÓN

La Central Hidroeléctrica Francisco de Miranda (Caruachi), inaugurada en Abril del 2006, está localizada en la zona Sur-Oriental de Venezuela, al Noreste del Estado Bolívar, sobre las aguas del Río Caroní. Está equipada con 12 turbinas Kaplan, con potencia instalada de 2196 MW y un Aliviadero de 30000 m³/s de capacidad. Caruachi formará conjuntamente con las Centrales Simón Bolívar (Guri) y Antonio José de Sucre (Macagua), ya construidas, y Manuel Carlos Piar (Tocoma) actualmente en construcción, el Desarrollo Hidroeléctrico del Bajo Caroní. Las Figuras 1 y 2 muestran la ubicación geográfica del desarrollo hidroeléctrico del Bajo Caroní y una vista aérea de la Central Hidroeléctrica de Caruachi, respectivamente.

En sinergia al proceso de puesta en marcha de las unidades 1 a la 12 de la Casa de Máquinas de Caruachi, el Departamento de Hidráulica de CVG EDELCA ha efectuado diversos estudios para verificar el funcionamiento de la misma, entre los cuales se puede destacar la evaluación de los niveles de restitución de la Casa de Máquinas, mediante mediciones hechas en sitio y cálculos con el modelo matemático unidimensional HEC-RAS, (Haestad, 2003).

El objetivo de esta investigación es determinar la hidrodinámica del flujo del Canal de Descarga de Caruachi mediante el modelo matemático bidimensional SMS-FESWMS-2DH y determinar el alcance de este tipo de modelos en el diseño de canales excavados en el desarrollo hidroeléctrico del Río Caroní.

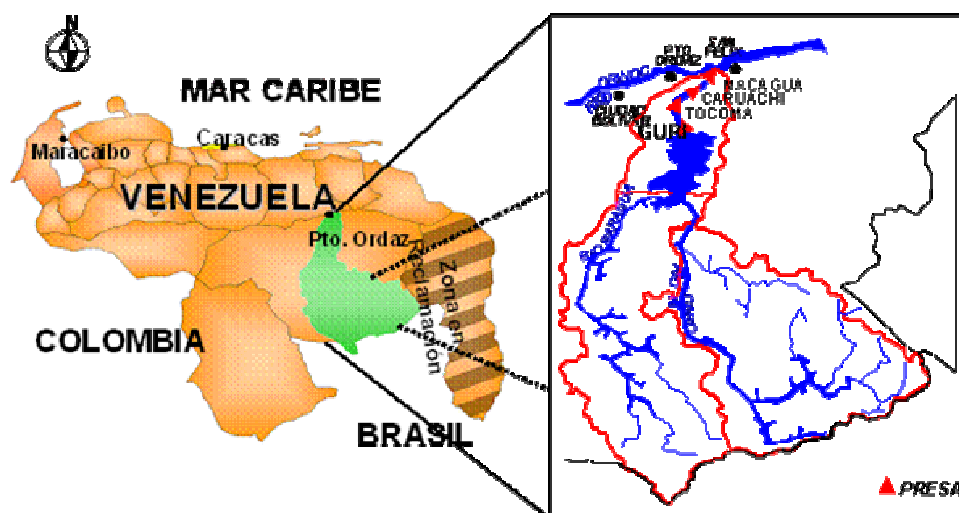


Figura 1. Desarrollo hidroeléctrico del Bajo Caroní



Figura 2. Vista aérea de la Central Hidroeléctrica de Caruachi

La Figura 3 muestra las características principales del área de estudio, la cual está formada por un canal natural y otro excavado en roca. La rampa “A” fue utilizada como acceso hacia el sitio de construcción de la Casa de Máquinas, mientras que la rampa “B” constituía el paso hacia el canal excavado, ambas vías quedaron inundadas una vez concluida la obra civil. En la margen izquierda se ubican seis torres de trans-

misión eléctrica y el Dique “G” cuya función es independizar al canal ante las eventuales descargas provenientes del Aliviadero. Aguas abajo del canal excavado se ubican 7 pilas correspondientes al tramo vial N° 2 del puente que comunicará las márgenes, derecha e izquierda de la Central Hidroeléctrica, además de servir de enlace con la zona Sur-Oriental del estado Bolívar (Venezuela).



Figura 3. Vista del canal de descarga previo a la inundación (Enero 2003)

La Figura 3 muestra a su vez la Ataguía "A", que constituyó una obra de desvío necesaria para mantener en seco el sitio de presa durante la construcción de la misma. Una vez finalizados los trabajos en el Canal de Descarga y en la Casa de Máquinas, la Ataguía "A" fue removida para no entorpecer los niveles de restitución de la Casa de Máquinas.

MODELO MATEMÁTICO BIDIMENSIONAL

Las ecuaciones que describen el flujo en planicies de inundación, estuarios, embalses y otros cuerpos de agua se basan en los conceptos de la conservación de la masa y el momento. En muchos problemas prácticos de ingeniería la naturaleza tridimensional del flujo queda desplazada a un segundo plano, particularmente cuando la relación entre el ancho y la profundidad del cuerpo de agua es grande. En estos casos, la cuantificación del flujo en el plano horizontal puede ser el principal punto de interés, y la aproximación bidimensional del flujo puede ser utilizada como una ventaja computacional para simular el comportamiento del mismo con razonable precisión.

Simulaciones matemáticas bidimensionales realizadas por Wei (1991) demostraron que para una relación de ancho y profundidad de 3.3, las características hidrodinámicas del flujo de aproximación adquirirían el mismo comportamiento

hidráulico que el modelo físico a escala 1:36. Adicionalmente, simulaciones matemáticas bidimensionales realizadas por el Laboratorio de Hidráulica - CVG EDELCA (2003) sobre el embalse del Brillante pudieron definir una mejor aproximación al aliviadero principal. No obstante, la efectividad de esta simplificación en las ecuaciones de gobierno del flujo dependerá, fundamentalmente, de la relación entre la inercia del flujo y de la complejidad geométrica del área de estudio, pues la presencia de surcos, bifurcaciones o expansiones podrían causar resultados que, si bien dan estabilidad numérica, no representan una solución física al sistema en estudio.

Para la simulación matemática se utilizó el SMS-FESWMS-2DH (Surface Modelling System - Finite Element Surface Water Modelling System, 2004), el cual es un modelo matemático bidimensional de elementos finitos. Con la profundidad y las componentes de la velocidad promedio en la vertical como incógnitas, este proporciona flexibilidad en la descripción topográfica de la región en estudio tales como, los bordes del cuerpo de agua, canales, islas, diques y estribos. (US Department of Transportation, 2004).

El modelo resuelve las ecuaciones diferenciales parciales que gobiernan el movimiento bidimensional de la superficie del agua en el plano horizontal. Estas ecuaciones son deducidas de las ecuaciones de movimiento y continuidad pa-

ra una columna de agua extendida desde la superficie libre hasta el fondo del cuerpo de agua, donde la presión hidrostática para el flujo horizontal y los esfuerzos de fricción del fondo son expresados en términos de la Ley de Resistencia de Manning. Las ecuaciones que describen el movimiento de flujo con superficie libre se basan en la integración de las ecuaciones tridimensionales de la conservación de la masa y la cantidad de movimiento con respecto a la coordenada vertical, desde el fondo hasta la superficie del agua, considerando despreciables las componentes de la velocidad y la aceleración en dirección vertical.

La ecuación diferencial parcial de la conservación de la masa o ecuación de continuidad para flujo incompresible y régimen permanente se muestra a continuación:

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

La ecuación de momento en las direcciones X e Y , es deducida realizando un balance de fuerzas en un elemento infinitesimal, considerando la densidad del agua constante y la independencia de sistema con respecto al tiempo. A continuación se muestra la ecuación diferencial parcial de conservación del momento:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \beta q_x U}{\partial x} + \frac{\partial \beta q_x V}{\partial y} + gH \frac{\partial Z_b}{\partial x} + \frac{g}{2} \frac{\partial H^2}{\partial x} - \Omega q_y + \\ \frac{1}{\rho} \left(\tau_{bx} - \tau_{wx} - \frac{\partial H \tau_{xx}}{\partial x} - \frac{\partial H \tau_{xy}}{\partial x} \right) = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \beta q_y U}{\partial x} + \frac{\partial \beta q_y V}{\partial y} + gH \frac{\partial Z_b}{\partial y} + \frac{g}{2} \frac{\partial H^2}{\partial y} - \Omega q_x + \\ \frac{1}{\rho} \left(\tau_{by} - \tau_{wy} - \frac{\partial H \tau_{yx}}{\partial x} - \frac{\partial H \tau_{yy}}{\partial x} \right) = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

FESWMS calcula el coeficiente β según la ecuación:

$$\beta = \beta_o + C_\beta C_f \quad (4)$$

donde $C_\beta = 6.25$ y $\beta_o = 1$ es utilizado para representar flujos en canales abiertos y $C_\beta = 0$ y $\beta_o = 1$ se aplica cuando se considera que las variaciones de la componente vertical de la velocidad son despreciables.

El FESWMS utiliza un valor constante de Ω , sin embargo, este parámetro es despreciable en el caso donde la relación entre la extensión de área en el plano horizontal y la profundidad es grande.

Los esfuerzos cortantes de fondo dependen, fundamentalmente del coeficiente de rugosidad de Manning. El modelo matemático permite que la rugosidad del fondo varíe en función de la profundidad, debiéndose esta diferencia a la existencia de vegetación sumergida. En la literatura se encuentran estimaciones para el coeficiente de rugosidad en canales naturales o construidos, sin embargo, la rugosidad del fondo debe ser determinada en el proceso de calibración, mediante la comparación de valores del prototipo con los del modelo matemático, llegando a un proceso de ensayo y error, donde la experiencia juega un papel primordial.

Los esfuerzos cortantes superficiales dependen, entre otras variables, del viento. Debido a las características del estudio, la velocidad del viento es despreciable, pues la hidrodinámica bidimensional del Canal de Descarga predomina ante las condiciones de viento.

El esfuerzo de corte causado por la presencia de turbulencia en el flujo es calculado utilizando el concepto de viscosidad de remolino o Eddy Viscosity de Boussinesq, donde los esfuerzos turbulentos como los viscosos se asumen proporcionales al gradiente de velocidades. En el algoritmo de solución del FESWMS-2DH, la viscosidad cinemática del remolino se asume como una propiedad isotrópica, es decir la turbulencia en las direcciones X e Y del movimiento es igual.

El FESWMS-2DH calcula la viscosidad cinemática del remolino utilizando la fórmula:

$$\begin{aligned} v_t = v_o + C_{\mu 1} u^* H + C_{\mu 2} |J| \\ \sqrt{\left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right)} \end{aligned} \quad (5)$$

Para canales naturales usualmente se utiliza $C_{\mu 1} = 0.6$, $C_{\mu 2} = 0$ y $v_o = 0$. Sin embargo, para la simulación de la turbulencia en ríos grandes y embalses es necesario asignar valores positivos de la viscosidad cinemática del remolino mediante la calibración de la malla de elementos finitos con respecto al prototipo.

CONVERGENCIA NUMÉRICA Y CONDICIONES DE BORDE

La convergencia numérica es la medida del grado de confiabilidad y precisión de los resultados con los cuales se garantiza la estabilidad numérica y la solución física del sistema en estudio.

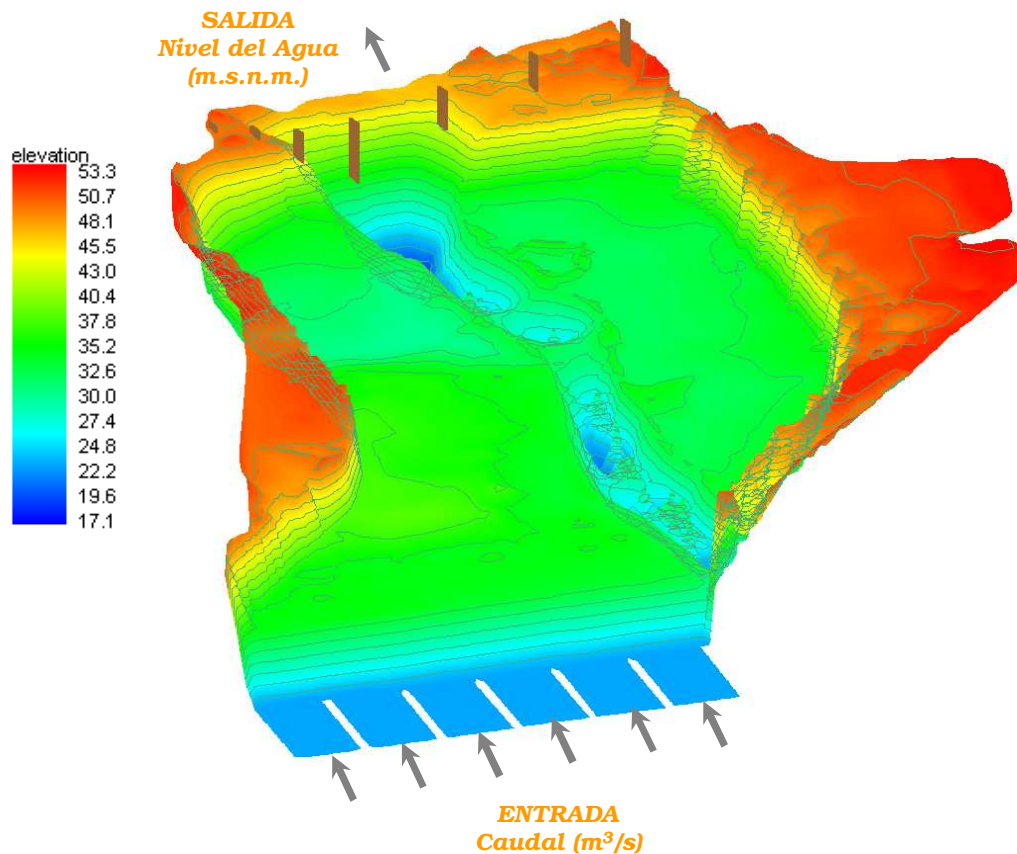


Figura 4. Topología del modelo matemático bidimensional - Vista 3D

Q(m ³ /s) turbinado por casa de máquinas 02/06/06 - 12:00 M	Elevación del agua (m.s.n.m.) Prog. 0+862. 02/06/06 - 12:00 M
4631	64.597

Tabla 1. Condiciones de borde para la simulación matemática

Las condiciones de borde y los contornos del modelo matemático deben ser especificados en toda la frontera que compone la malla antes de comenzar la simulación numérica. El modelo necesita la definición de los esfuerzos tangenciales en los contornos sólidos, el caudal y la elevación del agua en los bordes abiertos.

En la Figura 4 se muestra con detalle la información topográfica y batimétrica de los primeros 900 m del Canal de Descarga, mediante la cual se pudieron elaborar mallas gruesas y finas para verificar la eficiencia del Mallado de Elementos Finitos (FEM), obteniéndose una malla óptima de 21000 elementos triangulares a la El. 53 m.s.n.m., garantizando una densidad de 24.5 m² por elemento (Figura 5).

Aguas arriba de la FEM se estableció como condición de frontera el caudal turbinado por la Casa de Máquinas y aguas abajo el nivel del agua medido en sitio para ese mismo instante (Tabla 1).

Para llevar a cabo el estudio se utilizó un PC Pentium IV de 3.2 GHz y 1G de RAM. El análisis de convergencia demuestra que con 30 iteraciones (45 minutos de corrida) el sistema discreto de ecuaciones diferenciales se aproxima con un residuo de 0.001 m²/s para el caudal unitario y 0.0001 m para el nivel del agua, lo cual indica que el sistema numérico para representar las condiciones hidráulicas en estudio es robusto (Figura 6).

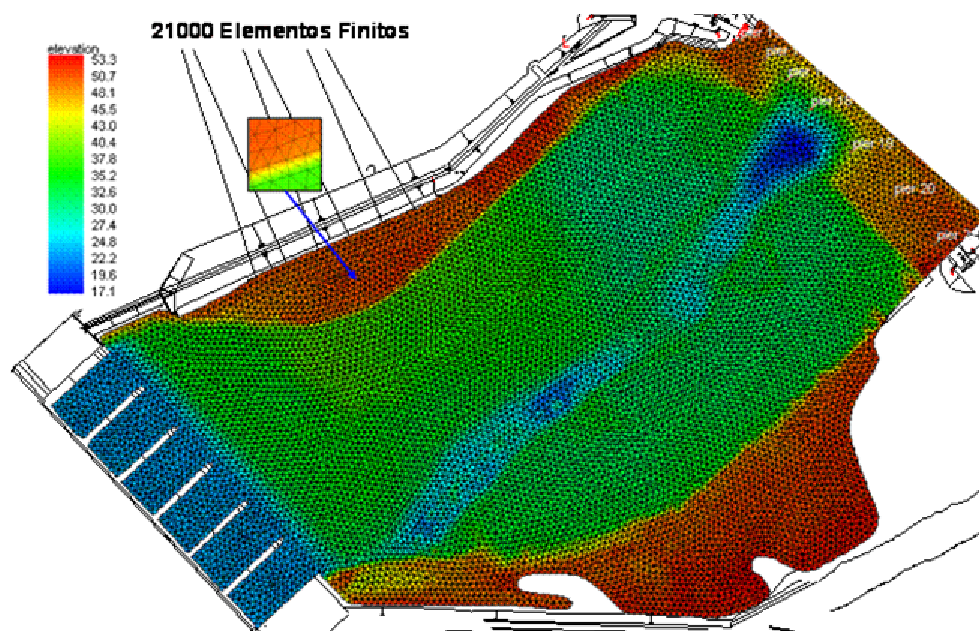


Figura 5. Malla de Elementos Finitos (FEM)

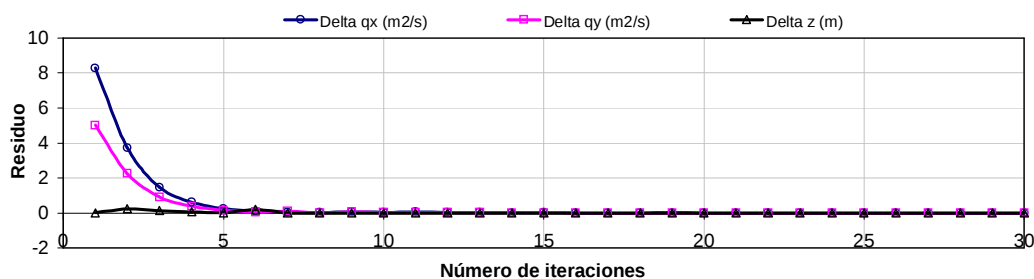


Figura 6. Convergencia numérica de la malla de Elementos Finitos

CALIBRACIÓN

Correlación cualitativa

La experiencia indica que las observaciones visuales y por ende, el sentido común, son de gran importancia en la aproximación de un modelo matemático a resultados realistas. Es por ello que la primera graduación del modelo se hizo comparando la tendencia del flujo respecto al prototipo. Fueron colocados flotadores semi-sumergidos en zonas específicas del Canal de Descarga con el propósito de caracterizar el comportamiento superficial de las líneas de corriente mediante el seguimiento visual desde un punto de referencia fijo en las estructuras hidráulicas colindantes a la zona de estudio.

Pudo observarse que hacia la margen dere-

cha e izquierda existe un flujo de recirculación producto del cambio en la topografía o de la presencia de paredes verticales sumergidas que interactúan de forma importante con el flujo difusivo proveniente de las tuberías de aspiración. Mientras el flujo de recirculación en la margen izquierda se concentra en el borde del canal excavado, justo aguas abajo del Dique G, en la margen derecha esta concentración ocupa un espacio de dimensiones considerables, distribuido entre el canal excavado y la expansión natural a nivel constante donde el tirante de agua es de aproximadamente 3 m (Figura 3). Adicionalmente, observaciones aéreas mostraron que la mayor concentración de caudal pasa entre las pilas 17 y 19 del puente, las cuales colindan con el canal natural profundo (Figura 7).



Figura 7. Líneas de corriente observadas en el prototipo

Si se comparan estas observaciones con una primera aproximación del FESWMS-2DH es de notar una buena correlación entre ambas. Las recirculaciones observadas en el prototipo en la margen izquierda y la concentración de caudal unitario entre las pilas 17 y 19 fueron representadas por el modelo matemático bidimensional plano, sin embargo el flujo de retorno observado en la margen derecha presenta discrepancias con respecto a lo observado en el prototipo (Figura 8).

Correlación cuantitativa

Garantizar los niveles de restitución proyectados de las turbinas una vez concluido la obra de una Central Hidroeléctrica es de vital importancia para mantener la energía firme de la planta como fue planeada. Los niveles del canal de descarga de La Central Hidroeléctrica Caruachi son dependientes de las fluctuaciones de niveles en la Central Hidroeléctrica Macagua (Figura 1) y las condiciones de alivio las cuales afectan directamente la elevación del agua en el canal de descarga.

Para correlacionar cuantitativamente los resultados de niveles de la simulación matemática con el prototipo fue necesario colocar 6 estaciones de medición de niveles en la margen derecha y 4 en la margen izquierda del canal de descarga (Figura 9) las cuales fueron relacionadas con el caudal

turbinado de la Casa de Máquinas (Tabla 1).

La Figura 10 y 11, muestra los niveles del agua en la margen derecha e izquierda del Canal de Descarga, simulados por el modelo matemático bidimensional y los niveles del prototipo en los puntos de medición previamente establecidos. Las mediciones de niveles fueron realizadas utilizando una estación total con precisión de 0,01mm. Los resultados muestran que el error relativo máximo no supera el 0,4 % lo cual es un valor preciso desde el punto de vista hidráulico.

Es importante destacar que el modelo matemático se ajusta con una precisión inferior a 0,11 % en la zona correspondiente a la Ataguía A. Esta zona posee un comportamiento tridimensional debido al cambio de fondo, sin embargo para lograr el ajuste se colocaron las 7 pilas del puente vial No2, utilizando el módulo de construcción de pilas del SMS-FESWMS-2DH, el cual únicamente añade mayor rugosidad a los elementos finitos donde está ubicada cada una de ellas. Esta herramienta sirvió para realizar un ajuste casi perfecto entre los niveles observados y los calculados. La pérdida de carga en el prototipo entre las progresivas 0+700 y 0+862 en la Ataguía A es 15 cm, mientras que en el modelo matemático bidimensional es de 16 cm (Figura 10). Un cálculo similar con el modelo matemático unidimensional HEC-RAS reportó 20 cm de pérdida de carga (Sánchez, 2004).

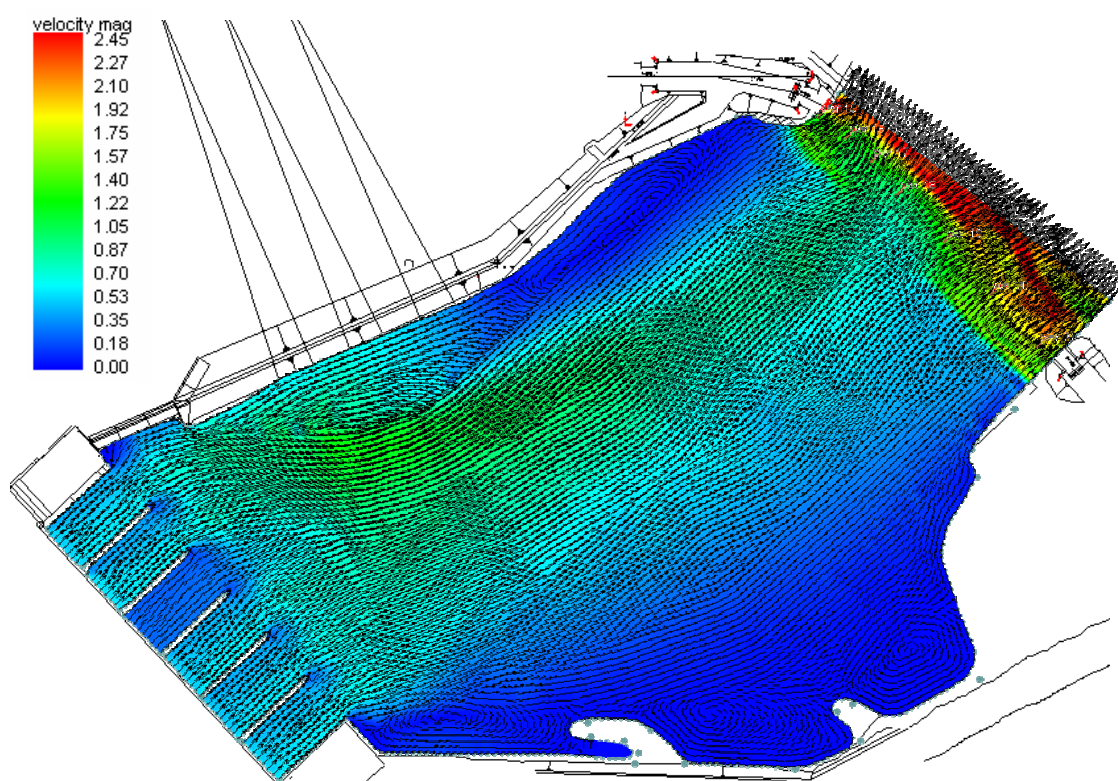


Figura 8. Líneas de corriente obtenidas con el FESWMS-2DH



Figura 9. Estaciones de medición de niveles

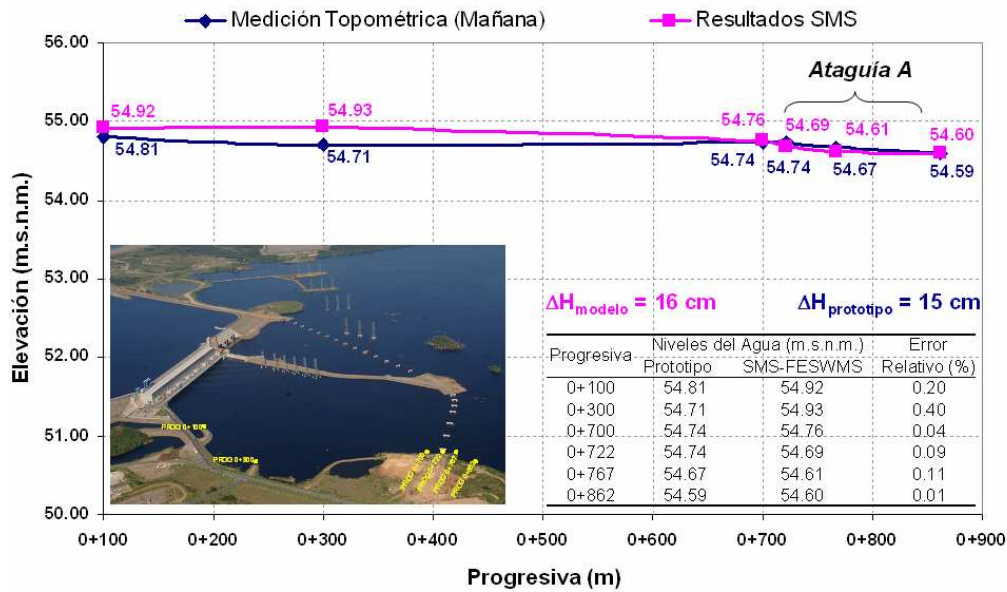


Figura 10. Comparación entre los niveles de agua - Margen derecha

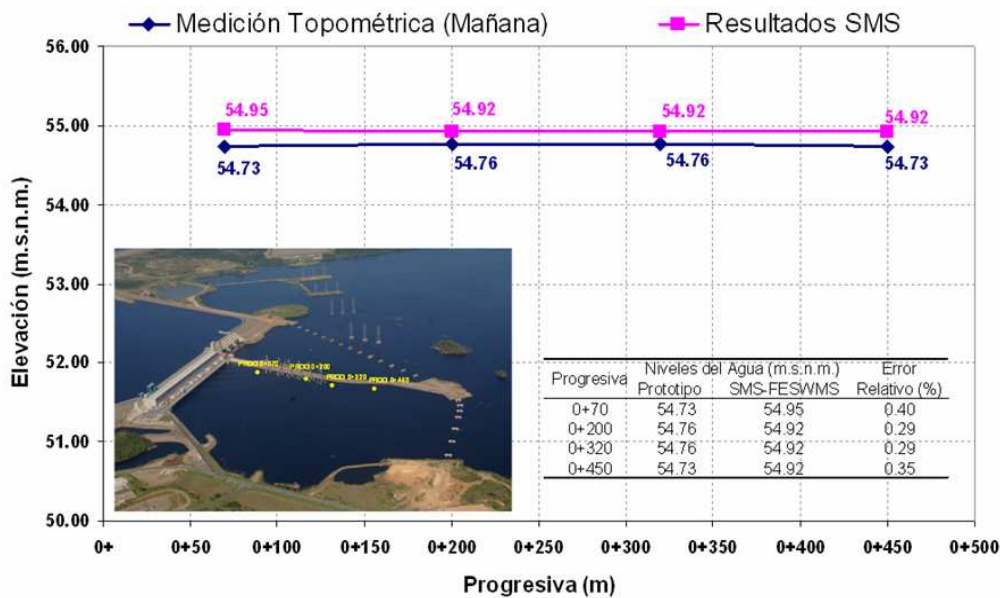


Figura 11. Comparación entre los niveles de agua - Margen izquierda

En la margen derecha del canal de descarga la mayor discrepancia en niveles se presenta en la estación de medición 0+300, donde la Correlación Cualitativa es menor debido a las características topológicas que originan recirculación del flujo en esa zona. En la margen izquierda del canal de descarga se encuentran las bases de concreto de las torres de transmisión que conducen la energía eléctrica desde el patio de transformadores hasta el patio de distribución. Los

niveles simulados, se mantienen por encima de los observados en el prototipo con una diferencia promedio de 0,20 m, lo cual se considera hidráulicamente aceptable. La diferencia de niveles corresponde a la presencia de aceleraciones locales del flujo al atravesar las bases de las torres de transmisión, lo cual corresponde a un comportamiento completamente tridimensional de flujo.



Figura 12. Ubicación de los puntos de medición



Figura 13. Ubicación de los puntos de medición

Para correlacionar cuantitativamente los resultados de velocidades bidimensionales planas de la simulación matemática con el prototipo se realizaron 3 mediciones de velocidades tridimensionales transversales al flujo proveniente de las tuberías de aspiración de las turbinas (Figura 12). Las mediciones fueron realizadas utilizando el Geoposicionamiento Satelital y un Perfilador Acústico por Efecto Doppler (ADCP - RD Instruments, 2003), el cual consta de 4 sensores de muestreo acústico que mejora la confiabilidad de los datos proporcionando una fuente redundante de muestras de velocidades donde se detecta la

desviación de las mediciones lo cual mejora la exactitud del muestreo.

Con la utilización de una embarcación estable se coloca el ADCP (Figura 13) a un lado de la misma, se marca el rumbo del perfil transversal que se quiere medir y se geoposicionan los extremos del barrido para garantizar la ubicación exacta de las mediciones. Una vez obtenidas las mediciones se procesan los datos a través de un software (WinRiver - RD Instruments, 2003) y se extraen las velocidades medias planas a lo largo del barrido para luego compararlas con las simulaciones matemáticas bidimensionales.

Las Figuras 14 a la 16, muestran la comparación de los vectores de velocidades medidos en el canal de descarga y los simulados mediante el modelo matemático bidimensional. Puede notarse una marcada discrepancia en las direcciones de las velocidades hacia la margen derecha, donde el fondo del canal cambia súbi-

tamente de la elevación, 35 m.s.n.m. a la 52 m.s.n.m., formándose una pared vertical sumergida que afecta la trayectoria del fluido. Este efecto imparte características tridimensionales a la hidrodinámica del flujo en estas zonas, provocando que la componente vertical de la velocidad cobre importancia.

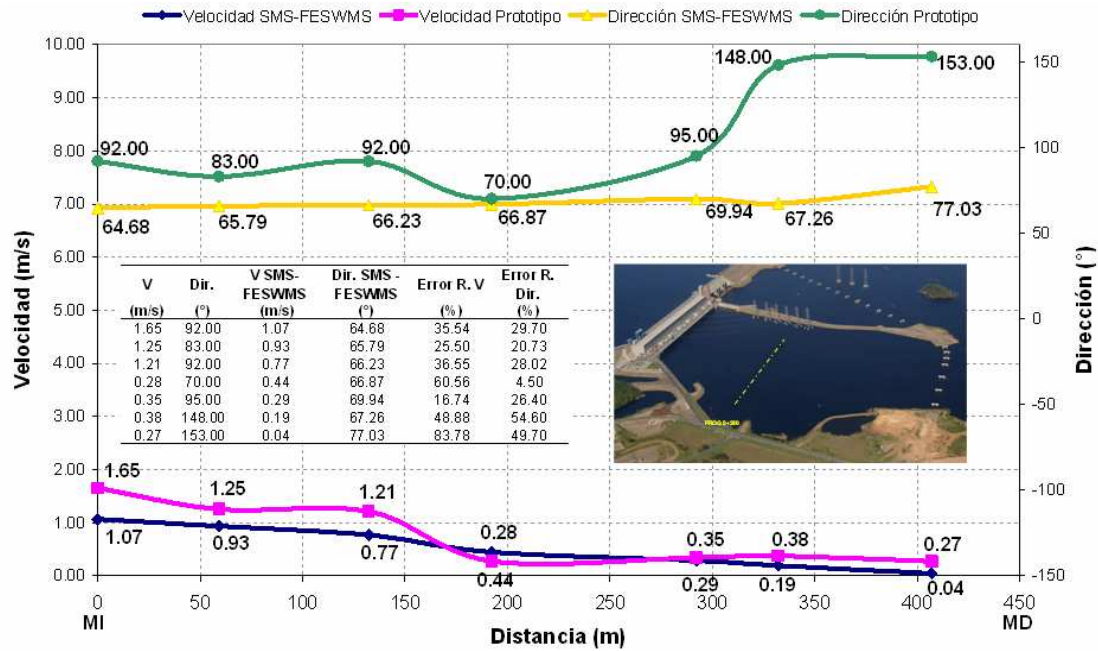


Figura 14. Comparación entre las velocidades - Progresiva 0+240

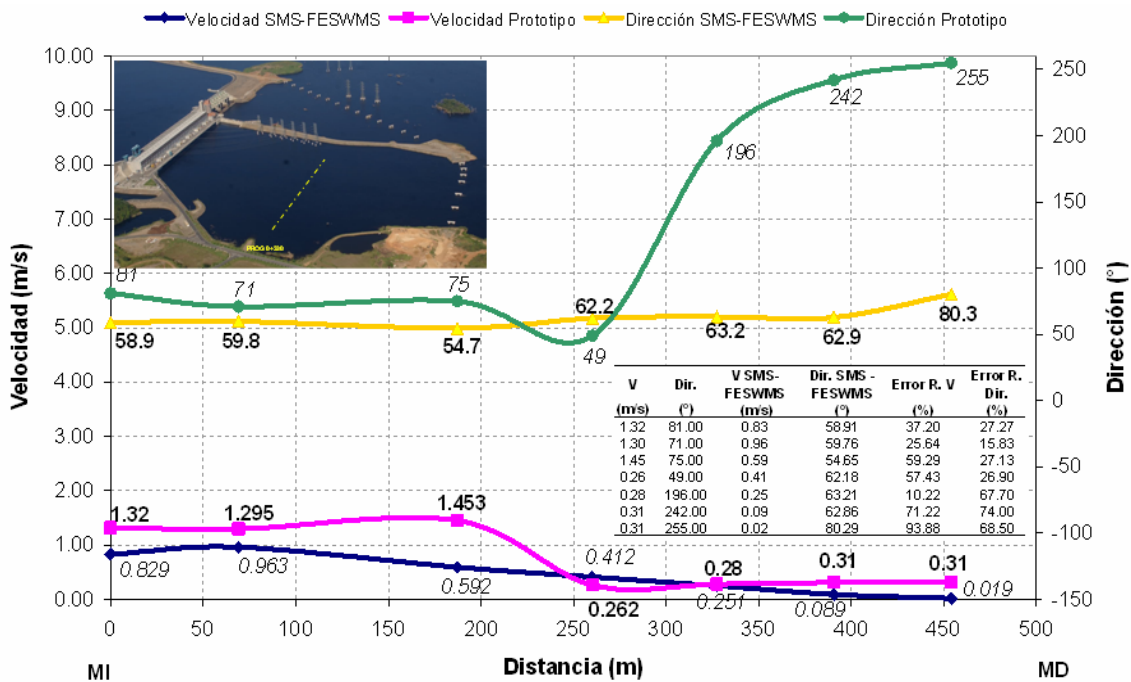


Figura 15. Comparación entre las velocidades - Progresiva 0+330

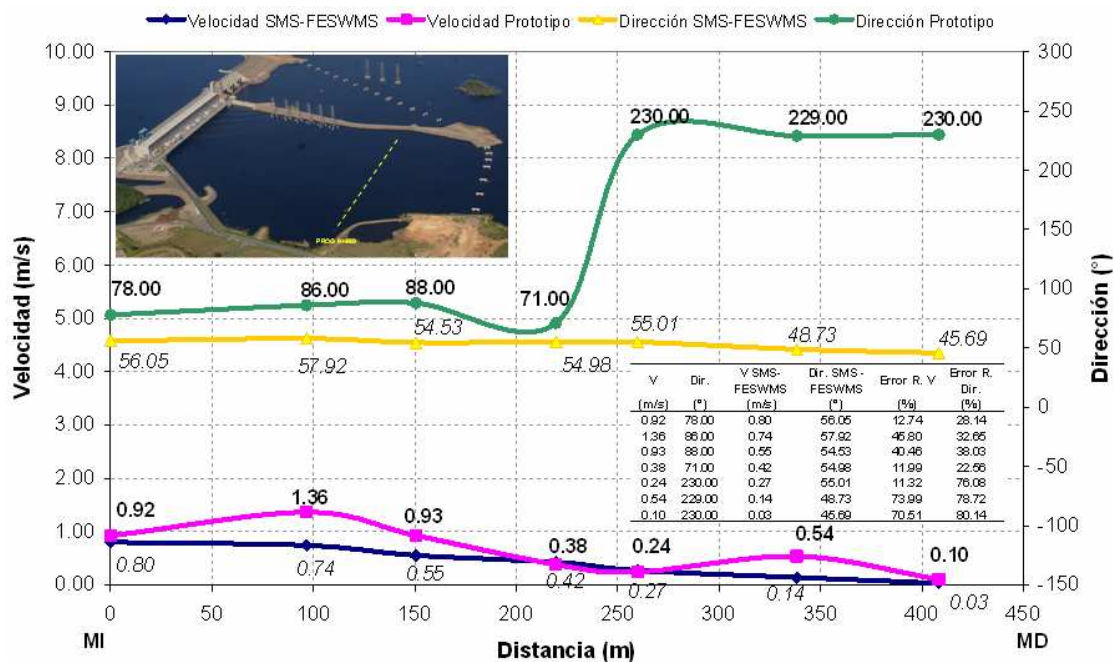


Figura 16. Comparación entre las velocidades - Progresiva 0+460

Para representar la hidrodinámica del sistema en esta zona derecha, se varió el coeficiente de viscosidad cinemática básica del remolino con el propósito de añadir mayor turbulencia a la margen derecha del canal, sin embargo, el aumento de este coeficiente altera el comportamiento de la simulación de la margen izquierda y no produce mejora alguna en los resultados. Posteriores esfuerzos consistieron en añadir la condición de semi-deslizamiento en las fronteras del dominio para capturar el efecto de los esfuerzos cortantes a lo largo de las paredes sumergidas, sin embargo, no se logró representar la recirculación medida del prototipo.

Es importante mencionar que la inercia del flujo cobra importancia, pues a pesar de que el canal de descarga posee condiciones suficientes para representarse bidimensionalmente, pues la componente Z de la velocidad es despreciable respecto a las componentes X e Y , y la relación ancho/profundidad es lo suficientemente grande (Figura 17), no es posible representar la hidrodinámica de la margen derecha del prototipo.

El alineamiento del canal natural, así como la pendiente media del fondo producen una variación importante de la cantidad de movimiento del flujo en la margen derecha originando que las componentes verticales cobren importancia. Allí el error relativo en las magnitudes de velocidades alcanza el 94 % y las direcciones adquieren errores relativos cercanos al 80 %.

Hacia el centro y margen izquierda, la correlación mejora debido a que las componentes de las velocidades en dirección vertical son despreciables en relación a las componentes horizontales, validando la aplicación del modelo matemático bidimensional plano. En estas zonas el error relativo promedio en las magnitudes de velocidades y direcciones es inferior al 34 %.

Para mejorar la correlación matemática será necesario acudir a la técnica de Dinámica Computacional de los Fluidos (CFD) de tal manera de capturar por completo el espectro de flujo tridimensional característico de los bordes del Canal de Descarga.

Parámetros de calibración

La calibración descrita anteriormente fue un proceso iterativo de ensayo y error, donde se modificaron intencionalmente los parámetros y coeficientes que definen el movimiento bidimensional del fluido. Se logró la convergencia numérica y la similitud de resultados Modelo Matemático - Prototipo para los siguientes parámetros y coeficientes:

Coefficiente de Manning

Canal natural, Margen Derecha e izquierda = 0.065

Canal Excavado = 0.035

Ataguía "A" = 0.025

Salida Casa de Máquinas = 0.013

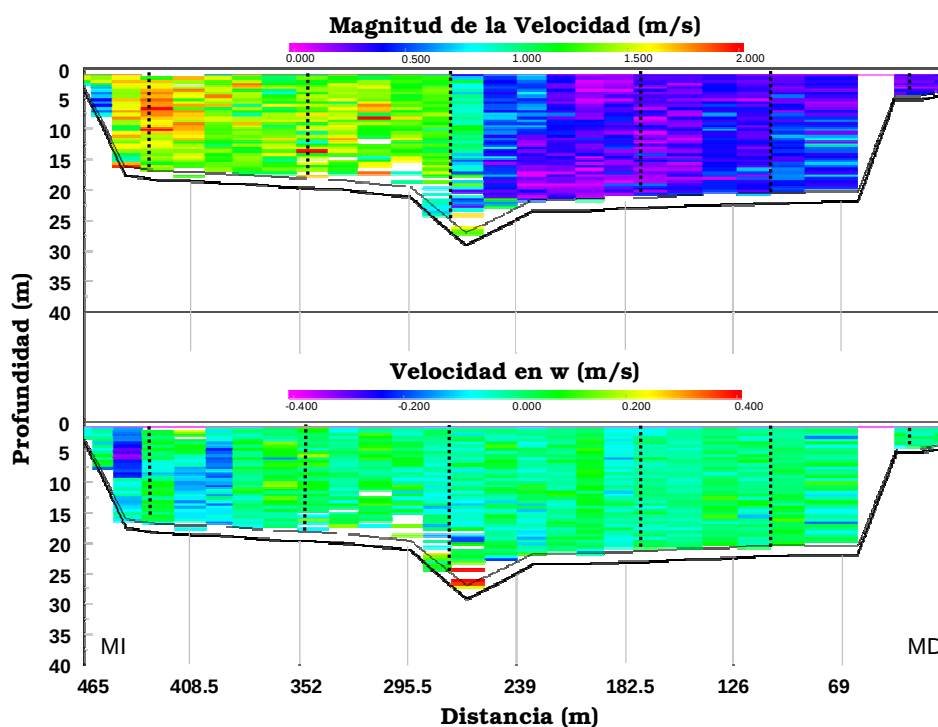


Figura 17. ADCP - Metodología de medición

Corrección del Momento Isotrópico $C_\beta = 0$ y $\beta_0 = 1$

Coefficientes adimensionales de la Matriz Jacobiana $C_{\mu 1} = 0,6$, $C_{\mu 2} = 0$

Viscosidad Cinemática Básica del Remolino $\nu_0 = 1 \text{ m}^2/\text{s}$.

CONCLUSIONES

- El comportamiento de flujo en el canal de descarga es relativamente bidimensional horizontal excepto en la margen derecha, donde de las líneas de corriente adquieren un comportamiento tridimensional debido a la distorsión de las líneas de flujo ante cambios bruscos del fondo, sin embargo, la calibración correlacionada por mediciones de vectores velocidades y niveles del agua, demostró que el modelo matemático representa la hidrodinámica de las líneas de corriente en las zonas central e izquierda del canal de descarga.
- La correlación de niveles del agua obtenida durante la calibración SMS-FESWMS-2DH - prototipo fue de 0,4 %, lo cual se considera un valor que define la robustez numérica del modelo matemático bidimensional.
- La variación del coeficiente de viscosidad cinemática básica del remolino (ν_0) y la condición de semi-deslizamiento en las fronteras del dominio no contribuyen a representar en el SMS-

FESWMS-2DH el flujo de retorno observado en la margen derecha del prototipo.

- Para mejorar la correlación matemática será necesario acudir a la técnica de Dinámica Computacional de los Fluidos (CFD) de tal manera de capturar por completo el espectro de flujo tridimensional característico del borde derecho del canal de descarga.

NOMENCLATURA

q_x caudal unitario en la dirección X ,
 q_y caudal unitario en la dirección Y ,
 U velocidad en dirección X ,
 V velocidad en dirección Y ,
 H profundidad,
 Z_b elevación del fondo,
 β coeficiente de corrección del momento isotrópico el cual considera la variación de la velocidad en la dirección vertical,
 β_{oy} C_β coeficientes del momento isotrópico,
 g aceleración gravitacional,
 ρ densidad del agua,
 Ω parámetro de Coriolis,
 τ_{bx} y τ_{by} esfuerzos cortantes en el fondo actuando en las direcciones X y Y ,
 τ_{wx} y τ_{wy} esfuerzos cortantes en la superficie del agua en las direcciones X y Y ,

$\tau_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{yx}, \tau_{yy}$ esfuerzos cortante por causa de la turbulencia,
 ν_t viscosidad cinemática del remolino,
 ν_o viscosidad cinemática básica del remolino,
 u^* velocidad de corte,
 J matriz Jacobiana de transformación de coordenadas,
 $C_{\mu 1}, C_{\mu 2}$ coeficientes adimensionales.

REFERENCIAS

Haestad Methods (2003). Floodplain Modeling Using Hec-Ras. Primera Edición, Waterbury, CT USA.

Wei, C.Y. y Boknecht J., (1991). A Rocky Mountain Project Intake/Discharge Channel Flow Simulation Study. WaterPower, Denver.

Dpto. de Hidráulica, CVG. EDELCA (2003). Proyecto de la Presa el Brillante - Modelo Matemático Bidimensional del canal de Aproximación del Aliviadero Principal. Macagua, Junio.

Environmental Modeling System, Inc. (2004). Tutorial Manual - SMS Surface Water Modeling System. Octava Edición, Utah.

US Department of Transportation (2004). Finite Element Surface - Water Modeling System: Two-Dimensional Flow in a Horizontal Plane. Tercera Edición, Virginia, USA.

RD Instruments (2003). RDI Users Guide.

Sánchez, R. (2005). Proyecto Caruachi - Calibración del Canal de Descarga de la Casa de Máquinas. Laboratorio de Hidráulica CVG EDELCA.