MATEMÁTICAS PARA LA INDUSTRIA DEL AGUA

Joaquín Izquierdo[1], Rafael Pérez[2], Vicente S. Fuertes[2], Pedro l. Iglesias[2] y P.Aamparo López[2]

Resumen:

En el campo del agua existe una enorme diversidad de actividades e intereses y, por tanto, de áreas de trabajo. Los problemas que se plantean en estas áreas son auténticos problemas de ingeniería y, como consecuencia, las ayudas que ciertas técnicas de Matemática Aplicada pueden prestar son realmente importantes. Por un lado, es preciso disponer de herramientas de análisis que permitan realizar simulaciones fiables de los distintos modelos que se plantean analizando diversas configuraciones, modos de funcionamiento, estados de carga, etc. con los que estudiar instalaciones ya existentes a partir de los datos básicos que las caracterizan. Se trata de procesos deterministas cuya plasmación matemática es a través de conjuntos acoplados de distintos tipos de ecuaciones, algebraicas, diferenciales ordinarias y en derivadas parciales, típicamente no lineales, para los que se precisan técnicas numéricas específicas. Además, dada la incertidumbre a que están sometidos muchos de los datos (especialmente en configuraciones ya existentes), resulta, con frecuencia, necesario resolver problemas inversos de gran envergadura, en donde, además, otras técnicas (estadísticas, mínimo cuadráticas, etc.) son de gran interés. Por otra parte, se necesita diseñar para realizar configuraciones nuevas. Con frecuencia, la ausencia de datos iniciales y la disposición de conjuntos limitados de restricciones de tipo diverso (algunas difícilmente objetivables), hacen de los procesos de diseño verdaderos problemas de optimización, en donde los métodos clásicos fracasan con frecuencia y para los que técnicas más actuales basadas en redes neuronales, algoritmos genéticos, teoría difusa, teoría del caos, etc. se hacen imprescindibles. En este documento se presentan los aspectos matemáticos más importantes que se necesitan en algunos de los puntos del ciclo integral del agua haciendo hincapié de manera especial en los temas de mayor actualidad.

Palabras clave: **Régimen de caudales, parámetros hidrológicos, variabilidad hidrológica, frecuencia y ecosistema fluvial.**

INTRODUCCIÓN

Casi la mitad de la población mundial actual vive en ciudades y se calcula que para mediados del siglo 21 cerca del 90% de los 10 ó 12 mil millones de habitantes del mundo vivirán en ciudades. El desarrollo urbanístico creciente representa una fuente permanente de retos para la *gestión de muchos recursos*, especialmente del agua.

Las ciudades cambian el ciclo hidrológico de manera tal que, frecuentemente, dañan la calidad del agua y deterioran el medio ambiente. Es de crucial importancia que se minimicen los efectos negativos y se tienda hacia una gestión mejorada del agua. En la actualidad existe una gran inquietud por la búsqueda de mecanismos de suministro de agua que sean sostenibles y tengan un coste razonable. Por razones de índole distinta, la gestión del agua, tanto en los países desarrollados como en el tercer mundo, precisa de una gran dosis de *innovación*.

La tecnología para la gestión del agua en las zonas urbanas se ha desarrollado, aunque mucho más lentamente que la dedicada a los sistemas de suministro y almacenamiento a gran escala, a nivel regional. Por ello, el campo de la Hidráulica urbana tiene una importante capacidad de proyección de futuro y tiene líneas prioritarias importantes en Programas de I+D+I.

[1]Departamento de Matemática Aplicada. Universidad Politécnica de Valencia. *jizquier@gmmf.upv.es*
[2]Departamento de Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente. Universidad Politécnica de Valencia

Artículo recibido el 13 de diciembre de 2002, recibido en forma revisada el 30 de enero de 2003 y aceptado para su publicación el 10 de julio de 2003. Pueden ser remitidas discusiones sobre el artículo hasta seis meses después de la publicación del mismo siguiendo lo indicado en las “Instrucciones para autores”. En el caso de ser aceptadas, éstas serán publicadas conjuntamente con la respuesta de los autores.

Con el aumento de la demanda urbana de agua se imponen nuevas metodologías que persigan la eficiencia en el uso local y distribución del agua, considerando como fuentes todas las aguas urbanas y persiguiendo la reducción de pérdidas. El nuevo ciclo hidrológico deberá incluir de manera integrada también estas nuevas tecnologías. Y todas las componentes del sistema deben ser planificadas, diseñadas y gestionadas de manera que el suministro sea adecuado y fiable. Pero la fiabilidad es un concepto escurridizo con una gran componente de subjetividad, difícil de cuantificar y aplicar.

Las tecnologías en la industria del agua involucran ya a un gran número de disciplinas: mecánica, electricidad, comunicaciones, informática hard, métodos de control, matemáticas y software. El reto de planificar, diseñar y gestionar los sistemas de agua urbanos es cada día más difícil conforme se necesitan y aparecen sistemas diferentes.

En este artículo se pasa revista a algunas de las aportaciones que las matemáticas pueden prestar a la Industria del Agua en relación directa con la Hidráulica urbana. Las presentaremos bajo los apartados: técnicas de modelación, técnicas de análisis, técnicas de diseño y nuevas tendencias.

TÉCNICAS DE MODELACIÓN

Un modelo es una abstracción de la realidad. Un modelo es un mecanismo que transforma entradas, x, en salidas, y, mediante un conjunto de relaciones, que pueden ser ecuaciones algebraicas, ecuaciones en diferencias, ecuaciones diferenciales ordinarias, ecuaciones en derivadas parciales y ecuaciones integrales. Si las entradas se transforman directamente en las salidas, el modelo consta de una función de transferencia o, dicho de otra manera, la estructura del modelo es una función de transferencia. Nos referiremos a este tipo de modelos, a veces denominados fenomenológicos, empíricos, heurísticos o cajas negras, al considerar las nuevas tendencias en el último apartado.

Los modelos clásicos, también denominados mecanicistas, físicos, transparentes o cajas blancas, aplican ciertas leyes y relaciones naturales que encapsulan un determinado fenómeno y precisan de ciertas variables de estado que contienen la información necesaria para definir el sistema y actuar como intermediarios entre las entradas y las salidas. Las relaciones físicas subyacentes a los modelos que consideramos se pueden clasificar en dos amplias categorías: las llamadas *leyes básicas* que son, fundamentalmente, *leyes de conservación*, y las denominadas *relaciones auxiliares* que son otras expresiones adicionales. De manera acoplada, estos dos conjuntos de leyes físicas y relaciones proporcionan las herramientas para establecer los modelos matemáticos.

Modelos en Mecánica de Fluidos

Las leyes de conservación para sistemas que implican transporte y reacciones químicas son las de masa, energía y cantidad de movimiento. La Mecánica de Fluidos descansa fuertemente en la ley de conservación de masa (conocida como ecuación de continuidad) y en la ley de conservación de cantidad de movimiento que en su forma más general conduce a las conocidas ecuaciones de Navier-Stokes.

La aplicación de estas leyes a los sistemas o procesos que estudiamos conduce a ecuaciones denominadas *balances*. Así, la ley de conservación de masa (ecuación de continuidad) conduce al balance de masa de una determinada especie; por ejemplo un balance de agua. Los balances de cantidad de movimiento, obtenidos al aplicar la ley de conservación correspondiente, tienen una naturaleza dual porque la variación de cantidad de movimiento es equivalente a una fuerza. Por lo que estos balances se denominan también *balances de fuerza* o *Ley de Newton*.

Establecidos los balances básicos, es necesario expresar las magnitudes primarias que contienen en términos de otras variables de estado secundarias adecuadas y de parámetros. Esto se hace mediante las llamadas *relaciones auxiliares o constitutivas* que aparecen en las diferentes disciplinas como termodinámica, cinética, teoría del transporte, mecánica de fluidos, etc. Los parámetros contenidos en tales relaciones son determinados, frecuentemente, de manera experimental, en los procesos de calibración.

Los datos para un modelo pueden ser deterministas, estocásticos y borrosos. Los deterministas se supone se conocen de manera exacta, sin incertidumbres. Por defecto, los datos de un modelo se suelen considerar deterministas. En general, se puede asumir que las constantes son deterministas, pero para las variables de estado y los parámetros tal asunción no es clara.

Los datos estocásticos se basan en las teorías del análisis de probabilidades. Son datos con alguna función de densidad de probabilidad asociada. Finalmente, los datos borrosos, aunque también se basan en la asunción de un conocimiento impreciso, son distintos de los estocásticos. En vez de tener una función de densidad de probabilidad asociada, se caracterizan por una función de pertenencia que expresa el grado en que un elemento pertenece a un conjunto. Empezaremos considerando los modelos deterministas, dejando la consideración de la incertidumbre para más adelante.

En gran parte de problemas de Ingeniería Hidráulica se utilizan como variables dependientes la presión, p, o la altura piezométrica, H, y la velocidad, V, o el caudal, Q, aunque también la propia densidad del fluido, ρ, puede ser utilizada como variable dependiente. De manera absolutamente general las variables independientes, que aparecen en casi todos los procesos, son el tiempo y las tres coordenadas espaciales.

Las consideraciones espaciales y geométricas aparecen al plantearse si el balance se debe llevar a cabo sobre un elemento diferencial (infinitesimal), lo que da origen a una ecuación diferencial, o si se debe extender a todo un dominio finito tal como un tanque o una columna líquida entera, en cuyo caso se obtienen tanto ecuaciones algebraicas como diferenciales.

En el primer caso se habla de balance *diferencial* o *microscópico* y el modelo resultante se denomina a menudo *modelo de parámetros distribuidos*. Tales balances proporcionan, tras resolver el problema, soluciones que son *distribuciones* o *perfiles* de las variables de estado en función del espacio (magnitudes estacionarias) o del tiempo y el espacio (magnitudes no estacionarias). Así, un balance unidimensional sobre un elemento diferencial de una tubería proporcionará, una vez resuelto el modelo, una distribución de presiones y caudales a lo largo de la tubería y en cada instante de tiempo.

Cuando el balance se lleva a cabo sobre un dominio entero finito, se habla de balance *integral* o *macroscópico* y los modelos que se obtienen se conocen como modelos de *parámetros concentrados*. Las soluciones dadas por estos modelos proporcionan habitualmente relaciones globales entre la entrada (input) y la salida (ouput) sobre tal dominio finito.

Cuando aplicamos las leyes de conservación a un volumen infinitesimal, obtenemos las ecuaciones diferenciales básicas del flujo. En un problema concreto, las ecuaciones deberán ser integradas teniendo en cuenta las condiciones iniciales y de contorno que definen correctamente el problema concreto. Las soluciones analíticas exactas sólo pueden ser halladas en ciertos casos de geometrías y/o condiciones de contorno especialmente sencillas. En general, la solución se obtiene mediante métodos numéricos.

En todo caso, no debe olvidarse que los modelos deben ser validados experimentalmente utilizando técnicas de análisis dimensional y preparando experimentos que reproduzcan con la adecuada fidelidad el problema y que permitan valorar los resultados numéricos adecuadamente.

En lo que sigue trataremos de dar la máxima generalidad a las ecuaciones que vayamos planteando, aunque derivaremos enseguida hacia casos de importancia en Ingeniería Hidráulica y, de manera especial, hacia los sistemas a presión. Fundamentalmente, estaremos interesados en líquidos monofásicos, especialmente agua, que es un líquido incompresible (aunque para ciertos propósitos cierta compresibilidad sí es considerada) y viscoso (con los efectos viscosos concentrados en un parámetro de fricción en la pared); consideraremos regímenes tanto estacionarios como transitorios, y, finalmente, en la mayor parte de los casos nos centraremos en flujos unidimensionales. Consideraremos, por brevedad, exclusivamente balances diferenciales.

Balances diferenciales

Al realizar un balance de masa diferencial sobre un volumen de control (VC) diferencial se obtiene la denominada ecuación de continuidad (forma diferencial):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho V) = 0$$

Como casos especiales se consideran los siguientes.

- Flujo estacionario: $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$. La ecuación de continuidad se escribe

$$\nabla \cdot (\rho V) = 0$$

que es una ecuación no lineal.

- Flujo incompresible: ρ = cte y $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$, por lo que en la ecuación anterior ρ puede salir de la divergencia, y la ecuación es lineal:

$$\nabla \cdot V = C$$

Para una partícula fluida elemental la conservación de la cantidad de movimiento se escribe

$$\rho \frac{dV}{dt} = \rho g - \nabla p + \nabla \cdot \sigma$$

donde g = aceleración de la gravedad y σ = tensor de esfuerzos viscosos. Como casos particulares se tienen:

- Flujo no viscoso: Ecuación de Euler

$$\rho \frac{dV}{dt} = \rho g - \nabla p$$

- Fluido newtoniano: Ecuaciones de Navier-Stokes. Los esfuerzos viscosos son proporcionales a la velocidad de deformación a través del coeficiente de viscosidad, μ, lo que permite escribir las ecuaciones como

$$\rho \frac{dV}{dt} = \rho g - \nabla p + \mu \nabla (\nabla \cdot V) + \mu \Delta V$$

que para fluido incompresible, $\nabla \cdot V = C$, se escribe

$$\rho \frac{dV}{dt} = \rho g - \nabla p + \mu \Delta V.$$

Algunos de estos aspectos pueden encontrarse en [1].

Modelos en flujo a presión

Cuando los balances de masa y de cantidad de movimiento se particularizan para flujo a presión unidimensional, las ecuaciones de continuidad y de cantidad de movimiento se escriben [2]

$$\begin{aligned} &\frac{g}{a^2}\frac{dH}{dt} + \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{g}{a^2} V \mathrm{sen}\theta = C \\ &\frac{dV}{dt} + g\frac{\partial H}{\partial x} + f\frac{V|V|}{2D} = 0 \end{aligned} \qquad \textbf{(1)}$$

siendo $\frac{d}{dt}$ el operador derivada total, a = celeridad de las ondas de presión, θ = pendiente de la tubería, f = factor de fricción y D = diámetro de la tubería. Las ecuaciones de continuidad y de cantidad de movimiento constituyen un sistema de ecuaciones en derivadas parciales que modelan el comportamiento de un fluido compresible a presión.

No todos los términos en estas ecuaciones tienen la misma relevancia en el campo del agua a presión. Al someterlas a un proceso de adimensionalización, utilizando ciertas propiedades físicas conocidas y utilizando el hecho de que los términos convectivos son despreciables frente a los demás, se obtienen las ecuaciones que describen el comportamiento de los flujos a presión mediante el denominado modelo elástico:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g}\frac{\partial V}{\partial x} = C \qquad \textbf{(2)}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{fV|V|}{2D} = C \qquad \textbf{(3)}$$

Si las variaciones de sección y densidad son nulas o despreciables, es decir, si tubería y fluido son rígidos, se puede probar que no habrá variación espacial de la velocidad $\left(\frac{\partial V}{\partial x} = 0\right)$. En tal caso, el fluido se desplazará de manera compacta, como si se tratase de un sólido rígido. Por el contrario, cuando las variaciones temporales de sección y densidad son significativas, tubería y fluido ponen en evidencia sus propiedades elásticas, todos los términos de la ecuación de continuidad son importantes, y la velocidad del fluido puede no ser la misma en todos los puntos de la tubería.

Un transitorio hidráulico en el que los efectos elásticos no son relevantes puede ser analizado utilizando el llamado *modelo rígido* u *oscilación en masa*. Por contra, cuando los efectos elásticos son relevantes, se debe utilizar la ecuación de continuidad completa, y entonces se dice que el análisis del transitorio se lleva a cabo mediante el *modelo elástico* o del *golpe de ariete*.

Para el modelo rígido, la incompresibilidad del fluido y la indeformabilidad de la conducción hacen que la ecuación de continuidad (2) se escriba así:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = C \qquad \textbf{(4)}$$

Y, debido a que, como pone de manifiesto (4), V no depende de x, la ecuación de movimiento se escribe

$$\frac{1}{g}\frac{dV}{dt} + \frac{f}{D}\frac{V|V|}{2g} + \frac{\partial H}{\partial x} = 0 \qquad \textbf{(5)}$$

Para una línea de corriente esta ecuación puede ser integrada entre dos puntos x_0 y x:

$$H(x_0,t) = H(x,t) + f\frac{(x-x_0)}{D}\frac{V|V|}{2g} + \frac{(x-x_0)}{g}\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} \qquad (6)$$

Esta ecuación caracteriza al modelo rígido y expresa que la energía potencial del fluido en forma de altura piezométrica en x_0 se invierte entre x_0 y x en tres aspectos. Parte es energía potencial remanente en el punto x. Y el resto se distribuye en: energía cinética que permite acelerar al fluido y energía que es disipada por efecto de la fricción.

Alcanzado eventualmente el régimen permanente ya no hay variación temporal de la velocidad, el término cinético es nulo y la diferencia total de alturas piezométricas se disipa completamente en pérdidas. El sistema está en régimen estacionario que, de haber caudal circulando por la línea, se rige por la ecuación de Darcy-Weisbach

$$H(x_0) - H(x) = f\frac{(x-x_0)}{D}\frac{V|V|}{2g} \qquad (7)$$

Los modelos rígido y elástico llevan, - cada uno a su manera -, uno de forma más simple pero menos real, el otro de forma más compleja pero más ceñida a la realidad, la gestión de las ondas, pulsos de presión o perturbaciones que viajan por un sistema. Pero estas perturbaciones son generadas por determinados elementos presentes en el sistema y son modificadas (reflejadas, absorbidas, amortiguadas, amplificadas, etc.) por otros elementos. Por ejemplo, los propios conductos con la resistencia que ofrecen al paso del fluido amortiguan tales pulsos. Otros elementos, (bombas, válvulas, conexiones, orificios de descarga lateral, etc.) situados en los extremos de los conductos que forman una instalación generan y modifican tales perturbaciones. El comportamiento de estos elementos puede ser modelado por ciertas ecuaciones denominadas condiciones de contorno. Estas condiciones de contorno son imprescindibles para tener bien definido el análisis de un transitorio hidráulico, es decir, para tener un problema bien planteado.

En general, la descripción del comportamiento de los elementos no es sencilla y se emplean modelos de parámetros concentrados o modelos basados en el régimen estacionario, junto con algunas simplificaciones, para construir modelaciones aproximadas, pero útiles, de tales elementos. Las condiciones de contorno se clasifican en dinámicas y no dinámicas y éstas en autónomas y no autónomas. Un importante número de dispositivos se estudia en la literatura especializada (ver, por ejemplo, [2]). En [3] se presenta una modelización matemática general que permite simular virtualmente cualquier combinación de elementos en un punto de una instalación.

Las ecuaciones (7), (6) y el sistema (2)-(3) representan el comportamiento del fluido en una tubería simple en régimen estacionario, transitorio rígido y transitorio elástico, respectivamente. Sin embargo, la distribución de agua se realiza a través de redes de tales tuberías interconectadas entre sí. Aunque algunas de tales redes son ramificadas (dendríticas), en general, las redes de distribución de agua urbana son malladas. Consideramos aquí solamente el problema estacionario para redes malladas.

Consideremos una red mallada general con *NP* tubos, *NJ* conexiones (excluyendo los nodos de altura fija), *NL* bucles cerrados y *NF* nodos de altura fija o depósitos. Se puede probar mediante teoría de grafos [4] que se verifica la siguiente relación:

$$NP = NJ + NL + (NF\text{-}1)$$

El modelo consiste (ver [5]) en la consideración de

1. El trazado de la red
2. Las demandas en todas las conexiones (Q_1, Q_2, …, Q_{NJ})
3. Los diámetros y los factores de fricción de todos los tubos (D_1, D_2, …, D_{NP}, y f_1, f_2, …, f_{NP}, respectivamente)
4. La altura piezométrica en los nodos de altura fija
5. Los *NP* caudales circulantes por los tubos (q_1, q_2, …, q_{NP})
6. Las *NJ* alturas piezométricas en las conexiones (H_1, H_2, …, H_{NJ})

Las ecuaciones que relacionan a todas estas magnitudes son:

a) Las ecuaciones de continuidad

$$\sum_{j=1}^{NPJ} q_j + Q_i = 0 \qquad (8)$$

para todas las conexiones $i = 1,\ldots, NJ$

donde q_j son los caudales por las NPJ líneas conectadas en el nodo i (los caudales salientes se consideran positivos).

b) Las ecuaciones para las pérdidas. Para un tubo j entre dos conexiones i y k la pérdida se cuantifica mediante una relación del tipo

$$H_i - H_k = h_j(L_j, D_j, f_j, q_j) \quad (9)$$

donde L_j es la longitud del tubo j y h_j es una función no lineal de q_j. La relación se toma cuadrática, en general. Sin embargo, al considerar que el factor de fricción f_j depende fuertemente del caudal q_j a través del número de Reynolds del flujo actual, la no linealidad de esta ecuación es más notable.

Las ecuaciones (8) y (9) constituyen un sistema no lineal de $NJ + NP$ ecuaciones. En el análisis las incógnitas son, en general, los caudales q_i de los tubos y las alturas en las conexiones H_i, considerándose conocidos (de manera determinista, estocástica o borrosa) todos los demás elementos. No obstante, es cada día más acuciante la necesidad de resolver el problema de manera inversa. Las redes están mucho tiempo instaladas y, aunque las longitudes no han cambiado, los diámetros sí lo han hecho, debido a depósitos en el interior de los tubos, y también los factores de fricción, debido al envejecimiento de los mismos. Para la calibración de un sistema, cuyo objetivo es justamente la determinación de los diámetros útiles actuales y los factores de fricción reales, este sistema debe ser resuelto de manera inversa utilizando como datos valores medidos para los caudales en algunos tubos y alturas en algunas conexiones. Por otra parte las demandas no son conocidas con precisión, son variables con el tiempo y dependen de diversas circunstancias como la hora del día, la estacionalidad, la meteorología, etc. Además, en muchos sistemas de distribución de agua existen fugas y consumos no localizados que hacen el problema todavía más complejo. Como veremos, existe en la actualidad un creciente interés en la detección temprana de anomalías y fugas en las redes de distribución de agua. Finalmente, en el diseño de sistemas nuevos, como también se ve más adelante, algunos o todos los diámetros y longitudes son desconocidos, lo que hace del diseño un verdadero problema de optimización, al considerar ciertas restricciones funcionales, legales, etc., sobre la red.

Los fenómenos transitorios en sistemas complejos se modelan utilizando también la ecuación de continuidad (8) en las conexiones, pero considerando en cada línea, en vez de la ecuación (9), la (6), característica del modelo rígido, si se utiliza este modelo, o las ecuaciones (2) y (3) en el caso de que el modelo elástico sea necesario. Así, se tienen sistemas mixtos algebraico-diferenciales para cuya solución se requieren técnicas especiales, algunas de las cuales citamos en el apartado dedicado a Técnicas de Análisis.

Modelos en drenaje urbano

Los sistemas de drenaje urbanos han tenido dos objetivos básicos, mantener la higiene pública y evitar inundaciones. Más recientemente, el control de la contaminación que permita preservar los ecosistemas acuáticos se ha incorporado a la lista. Los modelos matemáticos como herramientas de diseño y operación de estos sistemas incorporan estos objetivos. Existen modelos detallados para la colección de aguas pluviales y residuales, de plantas de tratamiento y cauces receptores que describen el funcionamiento de acuerdo a objetivos y necesidades específicos. Actualmente el reto consiste en integrar todos estos modelos en un modelo global que permita una gestión integrada de un sistema de drenaje urbano. Los principios básicos son conocidos pero se necesitan mecanismos de ensamblado de los modelos existentes para los distintos subsistemas que permitan tal gestión global, [6].

La colección de aguas se lleva a cabo a través de redes de colectores en los que el comportamiento del fluido puede ser modelado por las llamadas ecuaciones de Saint Venant, obtenidas, de nuevo realizando balances de masa y de cantidad de movimiento en canales por donde circula fluido en régimen de lámina libre, [7].

$$\frac{\partial d}{\partial t} + \frac{a^2}{g}\frac{\partial V}{\partial x} + V\frac{\partial d}{\partial x} = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g\frac{\partial d}{\partial x} + V\frac{\partial V}{\partial x} + E = 0 \quad (11)$$

Aquí d es la profundidad del agua en el canal y el término E considera las fuerzas gravitatorias y las de fricción.

Estas ecuaciones son muy parecidas a las que caracterizan el flujo a presión. Por el contrario, una característica del drenaje es que la dirección del flujo es siempre aguas abajo, por lo que los sistemas complejos se modelan, en general, mediante estructuras ramificadas. Esto hace que los problemas estacionarios sean de solución explícita y no involucren sistemas de ecuaciones simultáneas como para las redes malladas.

El comportamiento de una planta de tratamiento depende no solo de procesos biológicos sino también físicos. De manera típica las propiedades de mezclado se modelan mediante tanques en serie realizando balances integrales de masa de las sustancias de interés [8]. Esta modelización conduce a sistemas de ecuaciones no lineales que se plantean utilizando técnicas de transformación, convolución de integrales, etc.

La razón de ser de un modelo integrado es la evaluación de medidas que mejoren la operación del sistema, especialmente la calidad del agua en los cauces receptores. Es fundamental caracterizar los impactos de los vertidos urbanos, industriales o agrícolas en los ecosistemas tanto respecto a aspectos biológicos, físicos, higiénicos, estéticos, hidráulicos y también en términos temporales: episodios agudos, discontinuos, acumulativos, etc. De manera típica no es necesario modelar con todo detalle la enorme variedad de efectos en un cauce receptor sino incidir en los aspectos dominantes. Solo los contaminantes y los procesos que tienen una significación directa deben ser tenidos en consideración. Entre ellos, el consumo de oxígeno disuelto (OD) en procesos tales como la descomposición de la materia orgánica, la nitrificación y la respiración, es de una gran importancia. Aunque el OD se recupera mediante reaireación y procesos de fotosíntesis, las bajas concentraciones que se observan en algunos cauces receptores pueden originar serios problemas tanto a la fauna como a la flora del entorno. Para un sistema receptor unidimensional de caudal uniforme el modelo de calidad del OD puede ser formulado mediante una variante de la ecuación de deriva-difusión [9]

$$\frac{\partial C}{\partial t}+U\frac{\partial C}{\partial x}=K_l\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}-\sum_k r_k k_k C_k+Tf_C \quad (12)$$

Donde $C = C(x,t)$ representa la concentración de OD, K_l es el coeficiente de difusión longitudinal, r_k son constantes estequiométricas, el subíndice k refiere a todas las sustancias que consumen OD y Tf_C representa a las fuentes de OD. Las concentraciones de las sustancias que consumen OD, C_k, a su vez, verifican ecuaciones de agotamiento del tipo

$$\frac{\partial C_k}{\partial t}+U\frac{\partial C_k}{\partial x}=K_l\frac{\partial^2 C_k}{\partial x^2}-k_k C_k+Tf_{C_k} \quad (13)$$

Incertidumbre en los modelos

La incertidumbre es una propiedad inherente del modelado. No es realista esperar que el modelo funcione perfectamente. La modelación que considera las incertidumbres proporciona información sobre funcionamientos no adecuados del modelo. Por ejemplo, sobre la calidad de los datos que no es lo suficientemente buena para ser útil, sobre la estructura del modelo que es incorrecta, sobre la información disponible que no es suficiente para el calibrado de todos los parámetros. La incertidumbre encapsulada en un modelo es una combinación de la incertidumbre en las variables de entrada, la incertidumbre en la estructura del modelo y la incertidumbre en los parámetros del modelo. Además, en las simulaciones, existe también incertidumbre en las condiciones iniciales.

El análisis del error de un modelo permite reconocer las limitaciones del modelo, lo que motiva la evaluación cuantitativa de cotas del error, lo que es fundamental en la toma de decisiones correctas. También proporciona información y visión del modelo que ayuda a evitar interpretaciones incorrectas del modelado y, por tanto, permite un funcionamiento satisfactorio del modelo.

La imprecisión de un modelo proviene, como ya hemos dicho, de la incertidumbre de los datos de entrada, de la deficiente estructura del modelo y de los parámetros. Además, en la simulación, también la incertidumbre de las condiciones iniciales y de contorno tienen su contribución. Así, se hace necesario el poder estimar la incertidumbre en los resultados dada la magnitud y distribución de los errores del modelo. Sin embargo, en muchos casos la magnitud y distribución de los errores son desconocidas. En tales casos, las cotas o intervalos de incertidumbre se determinan frecuentemente por la propia experiencia del modelador, mediante valores obtenidos de la literatura y también mediante procesos de calibración apoyados en medidas de campo. Son necesarias, pues, técnicas de estudio de propagación de errores. En la sección dedicada al análisis presentamos algunas de las técnicas más utilizadas.

TÉCNICAS DE ANÁLISIS

Hacemos en este apartado un rápido repaso sobre las técnicas de análisis más usadas para la resolución de los problemas planteados en los modelos descritos en la sección anterior. Empezaremos por la consideración del problema estático en un sistema de distribución de agua. Luego abordaremos los problemas dinámicos. Finalmente, dedicaremos un párrafo al análisis de incertidumbre.

Análisis estático de una red de distribución de agua

El análisis estático de una red está modelado por las ecuaciones (8) y (9) referidas a todas las conexiones y a todos los tubos o líneas, [5]. Esto constituye un sistema no lineal de $NJ + NP$ ecuaciones, cuyas incógnitas, para el análisis, son las alturas piezométricas en las conexiones y los caudales en las líneas. El tamaño del problema puede ser reducido mediante alguna de las técnicas siguientes:

a) Las ecuaciones de las mallas. Se consideran las pérdidas, dadas por (9), sobre cada una de las NL mallas y se igualan a cero. Por otra parte, se escriben $NF - 1$ ecuaciones de pérdidas entre pares de nodos de altura conocidas (depósitos). Entre dos de tales nodos las pérdidas se igualan a la diferencia de altura entre los mismos. Así, las alturas en las conexiones son eliminadas del sistema dejando solo las NJ ecuaciones de continuidad y las $NL + NF - 1$ ecuaciones de las mallas, siendo las incógnitas solo los NP caudales que circulan por las líneas. Si se dispone de valores iniciales de los caudales que satisfagan la continuidad en cada conexión, el número de ecuaciones se reduce a $NL + NF - 1$, denominadas ecuaciones de las mallas, cuyas incógnitas son las correcciones Δq_k de cada malla o ruta entre nodos de altura fija.

b) Ecuaciones de los nodos. Se utilizan las ecuaciones (9) para expresar los caudales en términos de diferencias de alturas. Al sustituir en las ecuaciones de continuidad (8) se obtiene un sistema no lineal de NJ ecuaciones con otras tantas incógnitas que son las alturas piezométricas en las conexiones.

En ambos casos se trata de un sistema no lineal de ecuaciones de gran tamaño para redes de distribución de agua incluso de pequeñas poblaciones en las que hay cientos e incluso miles de nodos y líneas. Todas las técnicas involucran iteración numérica, como es de suponer.

De entre las técnicas más empleadas citaremos:

i) El método de Hardy-Cross [10]
ii) El método de Newton-Raphson [11]
iii) El método lineal [12]
iv) El método de gradiente conjugado [13]

De manera prácticamente generalizada, en la actualidad se utiliza éste último. Es por ejemplo, el método que utiliza el paquete SARA (GMF) [14] cuya rutina de cálculo es la que implementa el programa EPANET [15] de la EPA (Environmental Protection Agengy) estadounidense.

Análisis quasi-estático

El análisis estacionario de redes de distribución de agua se combina con técnicas de integración discreta de los caudales que circulan por las líneas para realizar estudios del comportamiento de una red que evoluciona de manera muy lenta a lo largo de un período de tiempo (habitualmente las 24 horas de un día), teniendo en cuenta las variaciones de los consumos. El modelo obtenido se denomina *quasiestático* y su implementación computacional *simulación en período extendido* [2].

Análisis dinámico en instalaciones a presión

Cuando las condiciones son más rápidamente cambiantes se debe recurrir a los modelos dinámicos inerciales, el modelo rígido o el modelo elástico. Estos modelos, como se ha visto, vienen caracterizados por conjuntos de ecuaciones diferenciales no lineales. Ecuaciones diferenciales ordinarias del tipo (6) para el modelo rígido y sistemas de ecuaciones en derivadas parciales del tipo (2)-(3) para el modelo elástico, además de las ecuaciones de continuidad en las conexiones que son algebraicas. Además, son frecuentes los casos en que se añaden problemas de fronteras móviles, de singularidades, etc.

Por ejemplo, en tuberías con aire atrapado, el comportamiento de las bolsas de aire que se generan debe ser analizado si se quiere tener una evaluación de los riesgos potenciales. El modelo rígido proporciona una solución aceptable, [16], [17].

El problema se modela mediante un sistema mixto integro-diferencio-algebraico, junto con las condiciones iniciales y de contorno que debe ser resuelto para encontrar las incógnitas: velocidades de las columnas líquidas, ubicación de las interfases agua-aire y presión de las bolsas de aire.

Este problema concreto presenta un cierto número de dificultades:

- Se trata de un problema mixto.
- La ecuación de la columna de llenado tiene una singularidad en el origen.
- Se comprueba que las magnitudes incógnita presentan fases de rápida variación junto con momentos de variación casi nula. Así que se hace imprescindible la utilización de un método con paso variable adaptativo.
- Finalmente, el número de ecuaciones, cada vez que una columna de bloqueo se vacía totalmente por el extremo aguas abajo de la tubería, se reduce, como se ha indicado, por lo que es precisa una gestión especial del sistema de ecuaciones.

Los transitorios hidráulicos en sistemas a presión se modelan de manera general mediante el denominado modelo elástico [18], [19], [2]. Este modelo viene caracterizado en cada tubería por el sistema de ecuaciones (1). Este sistema casilineal es de tipo hiperbólico, en el sentido de que $A(V)$ tiene valores propios reales distintos para cada V. En efecto, los valores propios de $A(V)$ valen $\lambda = V \pm a$, que son reales y distintos, teniendo en cuenta que a es al menos dos órdenes de magnitud superior a V en los sistemas hidráulicos a presión.

De entre los métodos utilizados para resolver estas ecuaciones destacaremos:

- el método del plan de ondas [20], de fundamentación más física, que es la base del paquete SURGE, [21].
- Diferencias finitas implícitas [22] sin restricciones en cuanto a la estabilidad, por lo que, a priori, no hay limitaciones teóricas en la elección del paso de discretización temporal, lo que resulta atractivo inicialmente, pero que por razones prácticas diversas no resulta así pues es mucho muy complejo de combinar con condiciones de contorno generales que aparecen en los sistemas reales. Además, produce ciertas soluciones espúreas indeseables.
- Métodos de elementos finitos [23], [24]
- Métodos de elementos de contorno [25]
- Métodos espectrales [26] apropiados para casos específicos, fundamentalmente periódicos, como problemas de resonancia, y pseudoespectrales [27], que utilizan puntos característicos de los polinomios de Chebyshev o Legendre como puntos de colocación y transforman el sistema de EDPs en un sistema acoplado de EDOs.
- El método de las características (en adelante MOC) ([2], [18] y [19]). Es el más popular y utilizado de forma casi generalizada. Es el utilizado por DYAGATS [28] y ARhIETE [29]. Su popularidad reside en el hecho de que se ha mostrado superior a los demás en varios aspectos. Es sencillo de programar, computacionalmente eficiente, pues, con ciertas precauciones puede mantenerse siempre explícito y lineal, lo que evita costosas manipulaciones matriciales e iteraciones y evita los errores de redondeo, permite capturar, mejor que los demás, frentes de ondas abruptos, sin suavizarlos o amortiguarlos numérica o artificialmente como algunos de los métodos citados, e ilustra perfectamente la propagación de las ondas, evitando, al poder prescindir de interpolaciones innecesarias, efectos como la aceleración de las mismas.

Habitualmente se utiliza un esquema de malla fija al aplicar el MOC a la resolución de transitorios hidráulicos a presión. Elegir el intervalo temporal para un sistema complejo es un problema difícil debido a dos restricciones conflictivas entre sí. Por un lado, para la simulación adecuada de las condiciones de contorno, por ejemplo, para obtener alturas y caudales en conexiones de dos o más tuberías, es necesario que el intervalo temporal sea el mismo en todas las líneas. La segunda restricción nace de la propia naturaleza del MOC. Tras despreciar los términos convectivos en (1) (como se justifica casi en general) las ecuaciones (2) y (3) gobiernan el fenómeno. La estabilidad del MOC requiere que la razón entre el intervalo temporal Δt y el espacial Δx coincida con la celeridad en cada tubería. En otras palabras, el número de Courant $C = a\Delta t/\Delta x$ debe ser exactamente igual a uno. Para cualquier sistema complejo, con tuberías, en general, de longitudes y celeridades con rangos amplios, es imposible que el número de Courant sea 1 para todas las tuberías y para un Δt (común) razonable. Esto es especialmente grave cuando existen tramos muy cortos en el sistema, ya que una discretización espacial mínima en un tramo corto condiciona dramáticamente el número de puntos de cálculo que son necesarios para los tramos largos.

Esto eleva la necesidad de recursos computacionales hasta el extremo de hacer inviable la simulación. Además, muchas condiciones de contorno son complejas y, por la razón expresada, sus diferentes elementos no pueden considerarse unidos por tramos cortos de tubería.

Ante este reto, los investigadores han desarrollado diversas técnicas específicas que permitan realizar simulaciones razonables y fiables. Por un lado, se han diseñado mecanismos para el tratamiento eficiente de condiciones de contorno complejas ([30], [29]) que permiten modelar virtualmente cualquier condición de contorno en un sistema de distribución de agua sin utilizar tramos cortos. En este tratamiento generalizado de las condiciones de contorno se utilizan multitud de técnicas numéricas. Por otro, se ha tratado de relajar las restricciones numéricas del modelo. Dos estrategias se han utilizado básicamente. De un lado, uno de los datos conocidos con mayor incertidumbre, la celeridad, se ha ajustado artificialmente de modo que se satisfaga la condición de Courant-Friedrichs-Lewy $(C \leq 1)$. A pesar de las libertades que este método se toma con el problema físico, esta técnica está ampliamente recomendada en la literatura ([18], [19], [2]). La segunda opción consiste en permitir que el número de Courant sea inferior a la unidad y realizar interpolaciones tanto espaciales como temporales. Existe una gran cantidad de propuestas de interpolación en la literatura. Interpolación en el espacio, [31], en el tiempo [32], mixta [33], esquemas de interpolación más complejos [34], utilizando splines cúbicos [35], otros algoritmos flexibles [36]. Se puede probar para muchas de las estrategias de interpolación sugeridas que su utilización equivale a la consideración de un sistema de EDPs para representar el modelo que sustituye al sistema (1), y que se han dado en llamar EHDE (ecuaciones en derivadas parciales hiperbólicas equivalentes) [37]. De esta forma se ve que cualquier técnica de interpolación distorsiona las ecuaciones originales introduciendo disipación y dispersión numéricas y produce cambios efectivos en la celeridad.

Existen multitud de temas de estudio relacionados con el análisis de transitorios en sistemas complejos. Un aspecto que conecta de lleno con una de las inquietudes de mayor actualidad para la Industria del agua es la detección de fugas en una red. Las fugas suponen pérdidas económicas, a veces de gran importancia, y pueden ser causantes de daños medioambientales. La detección temprana de una fuga permite una acción rápida y puede evitar o minimizar un daño. De entre las técnicas utilizadas, algunas realmente recientes, destacamos aquí las basadas en los transitorios hidráulicos. Las fugas contribuyen a amortiguar los transitorios hidráulicos. Este hecho permite la localización e identificación de la magnitud de una fuga al expresar la solución en serie de Fourier. En efecto, de no haber fuga todos los términos de la serie de Fourier se amortiguan de manera uniforme, pero ante una fuga los términos son amortiguados de manera distinta, lo que permite su localización e cuantificación [38], [39]; también la utilización de técnicas basadas en métodos de respuesta en frecuencia [40]. Al estudiar el transitorio producido, por ejemplo, por la maniobra de una válvula por el MOC y analizada la solución en el dominio de la frecuencia, se observan, en presencia de fugas, picos de presión resonantes que se añaden a la respuesta producida por el sistema en el caso de que no haya fuga. El análisis de estos picos permite la localización y caracterización de la fuga.

Análisis de incertidumbre

Aunque un modelo matemático puede ser totalmente preciso, los cálculos realizados se basan en datos que contienen una cantidad significativa de incertidumbre. Esta incertidumbre tiene una influencia decisiva en la precisión con la que se calcula. Por lo tanto, es muy importante disponer no solo de los datos de caudales y presiones en la red en cualquier instante, sino también de alguna indicación de su fiabilidad, es decir, del grado de incertidumbre de que están afectados. La cuantificación de la inexactitud de los cálculos realizados originada por la incertidumbre de los datos de entrada puede llevarse a cabo mediante procedimientos de estimación robusta adecuados, por ejemplo mediante análisis de intervalos de confianza, [41]. Estas técnicas no permiten la obtención determinista de un único estado estimado, sino que calculan conjuntos de estados factibles que corresponden a un cierto nivel de incertidumbre en las medidas. Estos conjuntos consisten en una serie de cotas superiores e inferiores para las variables individuales del sistema y, por tanto, proporcionan límites del error potencial de cada variable.

El análisis de intervalos de confianza es un proceso de cálculo de cotas de incertidumbre para las estimaciones de estados originada en las imprecisiones de los datos de entrada. Básicamente, la cuestión es ¿cuál es la fiabilidad del estado estimado x^* por un modelo sabiendo que el vector de medidas y no es único sino que puede variar en una región $[y\text{-}\delta y, y+\delta y]$?

Al hablar, por ejemplo, de los consumos en una red de distribución de agua esa es la auténtica realidad.

Un método para cuantificar la incertidumbre de la solución de sistemas no lineales con incertidumbres es el método de Monte Carlo. La idea básica que subyace tras este método es la utilización de un estimador de estado determinista, repetidamente, para un gran número de vectores de medidas elegidos del rango [y-δy, y+δy]. Cada estimación de estado calculada se compara con los valores máximo y mínimo obtenidos en las simulaciones anteriores y se establecen los nuevos límites, si procede, de manera adecuada. De esta manera, las cotas de error para las variables de estado van separándose y tras muchas pruebas convergen asintóticamente a sus verdaderos valores.

La utilización de este método podría justificarse mediante el reconocimiento de la no linealidad del modelo para redes de agua. Sin embargo, su ineficiencia computacional hace que el método no sea apropiado para aplicaciones de control on-line.

En [42] se utiliza una técnica de linealización del sistema de ecuaciones que describen la red de distribución de agua, que permite, mediante simulaciones realizadas de manera masiva, obtener resultados comparables a los del método de Monte Carlo pero requiriendo tiempos de computación mucho menores.

TÉCNICAS DE DISEÑO

En el diseño de redes de tuberías los problemas se centran en la elección de los diámetros (e incluso, posiblemente, el trazado) de un sistema interconectado de tuberías de modo que se satisfagan demandas especificadas en los nudos de consumo y niveles de presión mínima [43]. Durante las últimas décadas se han dedicado importantes esfuerzos al desarrollo de algoritmos y modelos de diseño de redes de distribución de agua. Y anualmente se realizan importantes inversiones en infraestructuras para la distribución de agua. En muchos casos, el objetivo primario de los modelos ha sido la minimización del coste (inversión y operación) de la red [44], [45], [46]. Sin embargo, en la práctica, el diseño óptimo de una red de distribución de agua es un proceso complejo multiobjetivo que involucra un delicado equilibrio entre el coste de la red y su fiabilidad [47].

El término fiabilidad en una red de distribución de agua no tiene un significado claramente definido. Se entiende por fiabilidad la capacidad de la red de proporcionar un servicio adecuado al consumidor, bajo condiciones de operación tanto normales como extraordinarias [48]. La adecuabilidad del servicio se mide en términos de la cantidad y la calidad del agua que el consumidor recibe. La cantidad viene especificada en términos de caudales que debe poder recibir y presiones mínimas de servicio. La calidad queda determinada por las concentraciones de desinfectante y/o sustancias dañinas que el agua puede transportar. No obstante, el análisis real de fiabilidad es un proceso complejo que debe tener en cuenta los impactos de un rango de factores que incluyen el fallo de componentes, la variabilidad de las demandas y la incertidumbre en la capacidad de una tubería para suministrar un servicio requerido.

Una consecuencia directa de esta complejidad es la falta de soluciones ampliamente aceptadas para el diseño de redes de distribución de agua basado en la optimización de coste y fiabilidad. Gran parte de los modelos de optimización que tratan de incorporar la fiabilidad la incorporan a través de restricciones en modelos de diseño de coste mínimo tradicionales. Además, los modelos eran completamente deterministas. Es claro que determinadas consideraciones probabilísticas, heurísticas, etc., deben ser tenidas en cuenta en el tratamiento de la fiabilidad, que tengan en cuenta tasas de fallos de dispositivos, estadísticas de ocurrencia de grandes demandas, por ejemplo ante la aparición de incendios, etc. [49], [50]. La investigación ha sido abundante en el intento de incorporar nuevos conceptos y medidas de la fiabilidad y, consecuentemente de desarrollar modelos y formulaciones mejorados [51], [52], [47]. Ostfeld y Shamir [53] han desarrollado un modelo para el diseño de sistemas de distribución de agua multicalidad fiables. Este modelo incluye restricciones de fiabilidad que aseguran el suministro adecuado al consumidor en términos de cantidad y calidad. Lo presentaremos aquí brevemente.

Se basa en el principio de descomposición de Alperovits y Shamir [44]. Para los caudales en un sistema mallado, el diseño óptimo es la solución de un problema de programación cuadrática convexa que tiene en cuenta no solo consideraciones hidráulicas, sino también de calidad, que puede ser separado en dos problemas: uno hidráulico y otro de calidad. El hidráulico es un problema de programación lineal y el de calidad tiene una función objetivo cuadrática convexa sujeta a restricciones que son desigualdades lineales.

El sistema incluye tuberías, bombas, plantas de tratamiento, depósitos y consumos. Tiene N tuberías, NSO fuentes de suministro (incluyendo tratamiento), NNC conexiones interiores, NEI tubos interiores (excluyendo los conectados a las fuentes) y NB estaciones de bombeo. Se consideran NL mallas y NP caminos. Además existen ND diámetros comerciales, por lo que el número de segmentos de tubería posibles es $NS = ND \times N$. El problema, para las NLO condiciones de carga que se consideran (indexadas con k) se escribe matricialmente como

$$\min_{q \in Q} \left\{ \phi(q) = wc(q) + \min_{X_p \geq 0; R \geq 0} \left[a_p^T(q) X_p + \frac{1}{2} R^T H(q) R \right] \right\} \quad (14)$$

sujeto a

$$\begin{bmatrix} L_p^k & I_p & J_p^k(q^k) \end{bmatrix} X_p = b^k \quad \forall k \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} P_p^k & I_p & J_p^k(q^k) \end{bmatrix} X_p \leq \Delta H_{\text{máx}}^k \quad \forall k \quad (16)$$

$$I_p X_p = a; \quad A(q) X_p \leq 0; \quad B(q) RR \leq c(q); \quad (17)$$

Describiremos de manera escueta el significado de los distintos elementos de este problema. Las variables de decisión son las componentes de los vectores X_p de tamaño $NS \times NB \times (NLO+1)$ (que representa a las longitudes de los segmentos candidatos, las alturas de las estaciones de bombeo y su potencia máxima) y las del vector R de tamaño $NSO \times (NLO+1)$ (que representa a coeficientes de decaimiento y los coeficientes de decaimiento máximos de las plantas de tratamiento). El vector q varía en el conjunto Q de todos los posibles caudales para todas las condiciones de carga posibles y verifican la primera ley de Kirchoff (es decir continuidad) en las conexiones. La función $wc(q)$ representa el coste de compra del agua (cuya expresión omitimos aquí, por brevedad). El coste total de tuberías y estaciones de bombeo así, como el coste de operación viene representado por el vector $a_p(q)$ de tamaño $NS \times NB \times (NLO+1)$. Los coeficientes de costes de capital y operación aparecen en la matriz cuadrada diagonal definida positiva $H(q)$ de tamaño $NSO \times (NLO+1)$. Esto completa la definición de la función objetivo. La restricción (15) representa la segunda ley de Kirchoff (continuidad de energía o ecuaciones de las pérdidas), donde la matriz por bloques representa la topología de la red mallada incluyendo las estaciones de bombeo y los términos de las pérdidas. Las componentes del vector b^k representan las pérdidas totales en rutas entre nodos de altura fija y valen cero para las mallas cerradas. La restricción (16) considera el conjunto de presiones mínimas en conexiones internas seleccionadas (usualmente los puntos de consumo). Finalmente, las restricciones (17) representan restricciones de longitudes (que hacen que la suma de los segmentos de un tramo coincida con su longitud total) y las restricciones de energía de los grupos de bombeo.

Para un problema como el planteado se pueden probar los siguientes hechos:

1. La minimización interior es convexa.
2. La función objetivo global es no convexa y no diferenciable [54] por lo que son necesarias técnicas de optimización no diferenciable para el problema exterior.
3. La dimensión del problema exterior es mucho más pequeña que las del problema interior.
4. Para una distribución de caudales dada, la solución del problema interior proporciona un mínimo global.
5. El problema interior tiene siempre una solución factible.
6. La solución final es un mínimo local.

Las técnicas de solución para este tipo de problemas no son simples. Para la formulación presentada aquí de manera somera la base teórica y las condiciones matemáticas se pueden ver en el Teorema 2.3 de [54]. Las dificultades de la solución, así como la enorme dimensión de algunos sistemas de distribución de agua hace que tales técnicas no sean eficientes. Es por eso, entre otras razones, que recientemente han proliferado otro tipo de técnicas de optimización *no estándar* que pasamos a considerar de manera breve a continuación. A esta proliferación ha contribuido otra cuestión que no puede ser dejada de lado: la incertidumbre en algunos de los datos y parámetros del sistema.

TENDENCIAS ACTUALES

De entre las técnicas más recientes consideramos aquí brevemente: técnicas estadísticas, técnicas borrosas, algoritmos genéticos y redes neuronales. Además consideraremos el cambio que la consideración e interpretación de datos obtenidos de fuentes diversas supone en las técnicas de modelado y de adquisición de conocimiento. Como puede observarse por las aplicaciones a que se dedican, son técnicas utilizadas en temas de enorme actualidad, temas considerados como prioritarios por las más importantes directivas de la Comunidad Europea en el marco del Agua.

Técnicas estadísticas

De entre los datos y parámetros sujetos a incertidumbre y/o que pueden poner en riesgo la fiabilidad de un sistema de distribución de agua, las demandas en los nudos de consumo, la capacidad hidráulica de las tuberías y los fallos mecánicos de algunas componentes del sistema, son de particular importancia. La relación entre la incertidumbre en las alturas de los nodos y la incertidumbre en las demandas así como los coeficientes de las tuberías pueden ser descritos mediante un modelo hidráulico probabilístico. En esencia se trata del modelo clásico pero sustituyendo las variables y parámetros deterministas por elementos de tipo estadístico, tales como medias, varianzas y probabilidades de distribución, etc. que expresen el grado de incertidumbre sobre el verdadero valor de tales variables y parámetros. En el caso de un modelo probabilístico hidráulico para un sistema de distribución de agua, la información sobre la probabilidad de las alturas en los nodos se obtiene de una información estadística inicial sobre demanda en los nodos de consumo y en ciertos coeficientes de las tuberías mediante la solución de un sistema no lineal de ecuaciones estocásticas del tipo:

$$F(H, X) = C$$

donde $F(\cdot)$ es una función vectorial que representa el balance de masa en cada nodo; $X = (X_D, X_C)^T$ es el vector de variables aleatorias básicas, a saber, las demandas nodales probabilísticas X_D y valores aleatorios de los coeficientes de las tuberías X_C; H es el vector de alturas nodales aleatorias; $K = N + M$ el número total de variables aleatorias; y N y M el número de nodos con alturas desconocidas y el número de tuberías de la red, respectivamente. Para un nodo de interés, L, se define H_L, altura nodal aleatoria y F_{HL}, la función de probabilidad acumulativa de la altura nodal. Dada una prescripción de altura mínima, H_L^{min}, la probabilidad de fallo en el suministro en el nodo, PF_L, viene dada por

$$PF_L = P(H_L < H_L^{\min}) = F_{HL}(H_L^{\min})$$

Y se define la fiabilidad en el nodo L mediante

$$R_L = 1 - PF_L$$

Una solución exacta para PF_L requiere la integración de la integral múltiple

$$PF_L = \int_{H_L < H_L^{\min}} f_x(X)\mathrm{d}X ,$$

donde $f_x(X)$ es la función de densidad de probabilidad conjunta de X. La solución de esta integral es muy complicada, en general, ya que tal función de densidad de probabilidad conjunta es raramente conocida. Se utilizan técnicas diferentes. Por ejemplo, el método de Monte Carlo, que resulta inaplicable para redes de tamaño incluso pequeño dados los requerimientos computacionales que requiere. Otra técnica es la denominada método de primer orden del momento segundo del valor medio (MVFOSM) [55] con el que se pueden calcular los dos primeros momentos de las alturas nodales aleatorias [56]. También la técnica denominada método de estimación de puntos [57]. Finalmente citaremos el método FORM (método de fiabilidad de primer orden) [47].

Técnicas borrosas

Además de las variables deterministas y de las estocásticas, en los sistemas de distribución de agua también aparecen variables con valores imprecisos que la falta de información hace que no puedan ser clasificados en las categorías anteriores. Uno de los casos más importantes es el valor de los coeficientes de rugosidad tras un cierto período de utilización de la red. La complejidad del proceso de envejecimiento de las tuberías y la dificultad, el coste y el tiempo de realizar medidas precisas hacen que sus valores no sean fácilmente predecibles. Mientras que los datos deterministas son fácilmente incluíbles en los modelos y fórmulas, la información imprecisa representa un gran problema en el modelado. La utilización de valores únicos (medias, por ejemplo; o valores máximo y mínimo), aunque supone una forma rápida y a veces conveniente de calcular, es a menudo simplista y debe ser rectificada con valores de seguridad adecuados. Por otra parte, darle artificialmente al problema un carácter estadístico atribuyendo de manera subjetiva probabilidades a las imprecisiones supone un alto grado de arbitrariedad y tiene el riesgo claro de estar inventando información de distribuciones inexistentes. Una herramienta conceptual adecuada para este tipo de datos es la teoría de los conjuntos borrosos o difusos [58], [59]. La teoría borrosa es útil en la descripción de magnitudes hidráulicas imprecisas. Por ejemplo, en las ecuaciones que modelan la distribución de alturas y caudales en una red, (8)-(9), los coeficientes de rugosidad de las tuberías de los que dependen de manera los factores de fricción f_j, se sustituyen por sus valores difusos definidos por sus funciones de pertenencia. Lo mismo se puede decir de otras magnitudes imprecisas tales como los diámetros y las demandas. Las ecuaciones difusas que se obtienen no tienen solución inmediata. El problema se agrava en el caso de sistemas de distribución de agua por la fuerte relación no lineal de la rugosidad, por ejemplo, en el factor de fricción y, por tanto, en la ecuación (9). Existen diversas aproximaciones a la solución del problema. Una de ellas consiste en el planteamiento de varios sistemas de ecuaciones de intervalos correspondientes a cortaduras (niveles de pertenencia) elegidas para la variable borrosa [60], [61]. Se puede ver que no es suficiente con considerar los valores máximo y mínimo para encontrar los valores extremos de la solución, ya que éstos son una combinación de intervalos de pertenencia para distintos parámetros y el problema es no lineal. Las dificultades matemáticas descritas pueden obviarse mediante la transformación del sistema no lineal de intervalos algebraicos en un problema no lineal de optimización condicionada [62].

Algoritmos genéticos

El diseño de redes de distribución de agua, como hemos visto, es un complejo problema de optimización cuya función objetivo (14) está sometida a restricciones del tipo (15), (16) y (17). Es claramente un problema de optimización no lineal debido a las restricciones de conservación de la energía. Además, las tuberías se fabrican en diámetros discretos, lo que introduce dificultades adicionales en la búsqueda del diseño óptimo. La solución exacta de este problema NP completo, solo puede asegurarse mediante la utilización de técnicas de enumeración explícita o implícita, tales como la programación dinámica [63]. Sin embargo, los problemas de diseño óptimo de redes de tamaño real son intratables mediante estas técnicas. Por ejemplo, para una red de solo 20 tuberías con 10 diámetros candidatos el espacio total de soluciones se compone de 10^{20} diseños. Su análisis, aunque simple, no puede ser llevado a cabo en un tiempo razonable por ningún ordenador. Los algoritmos genéticos constituyen una más de las técnicas empleadas en la optimización de redes de distribución de agua. Muchas de las técnicas empleadas, enumeración parcial, programación lineal y no lineal, etc., requieren la introducción de simplificaciones importantes para que el problema sea tratable. Así que los métodos no garantizan mínimos globales para el problema original no lineal y discreto. Como consecuencia, son necesarias muchas repeticiones en la aplicación de los algoritmos para asegurar una *mejor solución* de buena calidad, es decir, casi óptima. Durante las dos últimas décadas algunos algoritmos que imitan ciertos principios naturales han sido utilizados en distintos ámbitos de la ciencia. Entre ellos, los algoritmos genéticos, una subclase de métodos de búsqueda mediante evolución artificial basada en la selección natural y en mecanismos de genética poblacional denominados *programas de evolución* [64], son los más populares. Esta forma de búsqueda evoluciona a través de generaciones, mejorando las características de las soluciones potenciales mediante mecanismos inspirados en la biología. La optimización de redes de distribución de agua se ha beneficiado también de esta técnica, [65], [66], [67], [68], [69]. Los algoritmos genéticos han mostrado en diversos campos su capacidad para proporcionar buenas soluciones aproximadas incluso en casos de funciones complicadas multimodales, discontinuas, no diferenciables, etc. [70].

Redes neuronales

La aplicación de las redes neuronales al análisis y optimización de sistemas de recursos de agua crece de manera rápida. Una red neuronal es un modelo inspirado en la estructura del cerebro que funciona muy bien con tareas complicadas de reconocimiento de patrones, de compresión de datos, y optimización. Aplicaciones específicas de técnicas derivadas a problemas de distribución de agua, ya consideradas en [71], aparecen cada día con más asiduidad. Ver, por ejemplo, [72], [73]. Existen distintos tipos de redes neuronales. De entre todos describiremos aquí brevemente la red neuronal de retropropagación [74]. Esta red es un modelo de transferencia, ya que dadas ciertas entradas se limita a proporcionar las salidas de acuerdo con el adiestramiento a que ha sido sometida. Una red con retropropagación de tres capas tiene una arquitectura con sus neuronas o unidades de proceso distribuidas en una primera capa denominada de input, una capa final denominada de output y otra capa intermedia denominada oculta. Cada capa consta de cierto número de neuronas que están interconectadas con las neuronas de la capa siguiente, mediante conexiones caracterizadas por unos ciertos pesos. Las neuronas reciben inputs ya sea de los datos de entrada o mediante las interconexiones. Los errores de la capa de salida determinan medidas de los errores transmitidos por la capa oculta y todos ellos se utilizan para ajustar los pesos de las conexiones entre las capas.

El ajuste de los pesos entre las capas y el cálculo de los nuevos outputs es un proceso iterativo que se lleva a cabo hasta que los errores son menores que cierta tolerancia. El proceso de aprendizaje se lleva a cabo mediante técnicas de optimización no lineal basadas en métodos tipo gradiente y gradiente conjugado. Determinados parámetros controlan la velocidad de aprendizaje al influir sobre las magnitudes en las correcciones de los pesos tras cada evaluación de los errores. El aprendizaje se lleva a cabo mostrando a la red parejas de vectores con datos de entrada y las respuestas correctas. Al compararlas con las que su estado actual produce puede evaluar el error, lo que permite reajustar los pesos hasta que el error para los vectores se reduce a un valor aceptable.

Citaremos aquí dos ejemplos. El primero consiste en una red neuronal que permite el dimensionado de calderines de aire comprimido como sistemas de protección antiariete en impulsiones hidráulicas [75]. Se trata de un perceptrón de tres capas que toma como datos de entrada las variables que definen la impulsión, longitud, diámetro, factor de fricción, celeridad y altura de la impulsión, junto con los valores máximo y mínimo de presiones que se quieren alcanzar a la salida del grupo de bombeo. Adiestrada con un conjunto de simulaciones realizadas con el programa DYAGATS [28], es capaz de proporcionar el volumen de calderín necesario para conseguir tales presiones máxima y mínima. El segundo, de carácter más complejo vuelve a considerar una red de distribución de agua y tiene como objetivo la estimación del estado de la misma a partir de las medidas que se reciben mediante telecontrol de modo que facilite a los operadores de la red la identificación de estados anómalos de la misma originados por fugas o por posiciones incorrectas de válvulas. Se trata de una red neuronal para agrupamiento y clasificación, un mecanismo de reconocimiento de patrones. Existen enfoques distintos para llevar a cabo tal cometido. En [42] utilizamos el basado en hipercajas multidimensionales, [76]. Aunque se podría utilizar el enfoque basado en los diagramas de Voronoi, [77]. De esta manera se desarrolla una técnica que es una mezcla entre redes neuronales y teoría borrosa o difusa.

Técnicas basadas en gestión de datos

Como en otros campos, los problemas en el campo del Agua se resuelven en dos etapas. En la primera se intenta describir el comportamiento de los elementos que integran el problema de manera que sea válida en cada punto del dominio y para cada instante de tiempo. El resultado en un modelo consistente ya sea en una descripción puntual, por ejemplo una ecuación en derivadas parciales, o en una descripción en un intervalo o ponderada, mediante una ecuación integral. La segunda etapa consiste en la transformación de tal representación puntual o ponderada en una representación distribuida sobre todo el dominio y para cada instante de tiempo, como por ejemplo se obtiene con la integración de una ecuación en derivadas parciales. Las dificultades en la integración sobre dominios complicados son bien conocidas y han conducido al uso generalizado y universal de métodos numéricos en los que tanto las descripciones puntuales y como las integrales se extienden a descripciones espaciales finitas, proporcionando así soluciones de cardinalidad finita. Sin embargo, los desarrollos más recientes en simulación y modelado han puesto en entredicho este paradigma. Actualmente los modelos numéricos son cada vez menos actividades aisladas y se integran de manera creciente con otras actividades como programas de mediciones en campo y/o en laboratorio, mecanismos de captación de datos y procedimientos de calibración. Además, tales sistemas integrados se utilizan de manera creciente para proporcionar servicios de control on-line. Estas necesidades repercuten en las especificaciones de capacidad de modelado y especialmente en el aspecto de los tiempos de respuesta cortos que se requieren de los sistemas. En otras palabras, la práctica inveterada del matemático que hace acabar su trabajo cuando las ecuaciones han sido establecidas y sus métodos de solución desarrollados no tiene ya demasiadas perspectivas de futuro y debe estar más cerca de la actitud del ingeniero que trata de resolver problemas del mundo real.

Hoy, ya a principios del siglo 21, estamos experimentando, además, otro cambio en el proceso científico a que estamos acostumbrados. Se trata de reconocer que la tecnología de la información se emplea cada vez más para asistir al analista humano en el proceso de generación de hipótesis y modelos. Este análisis asistido por ordenador, habitualmente de grandes cantidades de datos multidimensionales es conocido como Minería de Datos para el Descubrimiento del Conocimiento (Data Mining for Knowledge Discovery) [78]. La MDDC tiene como objetivo fundamental facilitar la conversión de datos de distintas maneras de modo que pueda extraerse una mejor comprensión de los procesos físicos, biológicos, etc., que generan tales datos.

Estos nuevos modelos, combinados con la comprensión ya disponible de los procesos físicos –la teoría– proporcionan una mejor comprensión y formulaciones novedosas de leyes físicas o de otro tipo y proporcionan una capacidad predictiva mejorada. Es decir, en la metodología clásica el proceso se inicia con observaciones experimentales, seguidas de generalizaciones (la teoría) y expresadas generalmente en forma de ecuaciones. Así, el énfasis se pone en la teoría que precisa como paso previo datos consistentes obtenidos mediante experimentación u observación. Este proceso de descubrimiento conducido por la teoría utiliza luego de manera generalizada mecanismos 'fuertes' asociados a técnicas matemáticas. El punto de vista recíproco, que preconizan las tecnologías de minería de datos, toma como punto de partida un cuerpo de datos existentes y busca, utilizando métodos 'débiles', generalizaciones o una teoría que simplemente describa los datos o, mejor aún, que los explique. Habitualmente tal teoría toma la forma de una proposición matemática que establece las relaciones existentes entre los datos. Se trata de un proceso conducido por los datos. Con toda probabilidad el mejor camino debe consistir en una combinación óptima de las dos tendencias: procesos ricos en comprensión provenientes de la teoría y procesos de descubrimiento emanados de los datos. En este sentido, es interesante la construcción de modelos nuevos más o menos automáticos a partir de conjuntos de datos que se pueden obtener de modelos numéricos hidráulicos existentes y otras medidas de campo disponibles y dirigir los esfuerzos relacionados con los programas de medición en la dirección de que sean útiles a este tipo de modelos. Los algoritmos genéticos y las redes neuronales de las que hemos hablado brevemente más arriba son exponentes claros de este tipo de tendencia. Y los ejemplos citados en relación con las redes neuronales están perfectamente alineados con ella. Otro ejemplo puede encontrarse en [79].

CONCLUSIÓN

En esta era de tecnología rápidamente cambiante se debería tener más claro que nunca que las Matemáticas pueden jugar un papel de relevancia incalculable en la Industria. Así que, resulta frustrante observar cómo en los últimos años existe una tendencia a reducir los contenidos matemáticos en los programas de Ingeniería. Confiamos que este trabajo, centrado en la contribución de las Matemáticas a la Industria del Agua, contribuya de alguna manera a poner de manifiesto una de las necesidades importantes de reconocimiento de las modernas Matemáticas Industriales: su relevancia en los problemas industriales reales. Sin duda, contribuirá también a reducir el criticismo mostrado por responsables de los denominados Departamentos tecnológicos en el sentido de que sí existe (y se debe potenciar cada vez más) trabajo en Matemáticas dirigido a la práctica profesional del ingeniero [80], [81].

En el contexto industrial, los matemáticos no pueden limitarse a considerar un conjunto de ecuaciones para las que tiene que obtener métodos de solución. Por el contrario, se deben enfrentan con conjuntos de problemas prácticos que no han sido expresados previamente en términos matemáticos. Esta conversión a términos matemáticos es un paso difícil si no se ha tenido cierta experiencia previa. No cabe duda de que para que la contribución de las Matemáticas a la Industria sea provechosa, el matemático debe aprender a escuchar a los especialistas con otras bases no matemáticas. En esta línea, se hace urgente que los contactos y colaboraciones multidisciplinares sean potenciados con crecientes interés y recursos. Desde luego, no deben desdeñarse la potencia y la belleza del rigor matemático en el desarrollo de métodos matemáticos útiles. Sin embargo, sin descender a los problemas del mundo real, las matemáticas no darán su mejor contribución a la Industria.

REFERENCIAS

[1] A. J. Chorin, J. E. Marsden. *A Mathematical Introduction to Fluid Mechanics*. Springer-Verlag, New York, 1990.

[2] J. Abreu, R. Guarga, J. Izquierdo (Eds.), *Transitorios y oscilaciones en sistemas hidráulicos a presión*, Unidad Docente Mecánica de Fluidos, U.P.V. Valencia (1995).

[3] J. Izquierdo, P. L. Iglesias, Mathematical Modelling of Hydraulic Transients in Simple Systems. *Mathematical and Computer Modelling* 35 (2002) 801-812, 2002.

[4] D. J. Wood, A. M. Rayes. Reliability of Algorithms for Pipe Network Analysis. *J. Hydraulics Division*, ASCE, 107(HY10), 1145-1161.

[5] Grupo Mecánica de Fluidos. *Análisis, Diseño, Operación y Mantenimiento de Redes Hidráulicas a Presión.* UPV, 1997.

[6] W. Rauch, J. Bertrand-Krajewski, P. Krebs, O. Mark, W. Schilling, M. Schütze, A. Vanrolleghem. Mathematical Modelling of Integrated Urban Drainage Systems. Second International Conference on Interactions between sewers, treatment plants and receiving waters in urban areas - Interurba II. Lisboa, Portugal, pp. 89-106, 2001.

[7] J. A. Fox. *Transient flow in pipes, open channels and Sewers*. Ellis Horwood Ltd. 1989.

[8] F. Coen, B. Petersen, P. A. Vanrolleghem, B. Vanderhaegen, M. Henze. Model-based Characterization of Hydraulic, Kinetic and Influent Properties or an Industrial WWTP. *Sat. Sci. Tech.* Vol. 37, No. 12, pp. 317-326, 1998.

[9] V. Espert, P. A. López, J. Izquierdo, Fundamentals of a water quality model solution for dissolved oxygen in one-dimensional receiving system. *Numerical Modelling of Hydrodynamic Systems*. Proc. of the Intrnl. Workshop, 444-445, 1999.

[10] H. Cross. Analysis of Flow in Networks of Conduits or Conductors. *Bulletin No. 286*. University of Illinois Engineering Experimental Station, Urbana, Illinois, 1936.

[11] U. Shamir, C. D. D. Howard. Water Distribution Systems Analysis. *J. Hydraulics Division*, ASCE, 94(HY1), 219-234, 1994.

[12] D. J. Wood, C. O. A. Charles. Hydraulic Network Analysis Using Linear Theory. *J. Hydraulics Division*, ASCE 98(HY7), Proc. Paper 9031, 1157-1170, 1972.

[13] E. Todini, S. Pilati. A gradient algorithm for the analysis of pipe networks. *Proceedings International Conference on Computer Applications for Water Supply and Distribution*. Leucester, Polytechnic, 8-10 September, 1987.

[14] Grupo Mecánica de Fluidos. SARA, *Software de Análisis de Redes de Agua, Manual de Usuario*. Ed. Grupo Mecánica de Fluidos, UPV, 1998.

[15] L. A. Rossman. *Manual de usuario de EPANET. Drinking Water Research Group*. Risk Reduction Engineering Laboratory. US EPA. Traducido por Grupo Mecánica de Fluidos, UPV, 1997.

[16] Cabrera, E., Izquierdo, J., Abreu, J.M., Iglesias, P.L. *Filling of pipelines with undulating elevation profiles*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, ISSN 0733-9429, 1997.

[17] Izquierdo, J., Fuertes, V.S., Cabrera, E., Iglesias, P.L., García-Serra, J. *Pipeline start-up with entrapped air*. Journal of Hydraulic Research, ISSN 0022-1686, 1999.

[18] H. M. Chaudhry, *Applied Hydraulic Transients*. Van Nostrand Reinhold, New York, N.Y. (1987).

[19] E. B. Wylie, V. L. Streeter, *Fluid transients in Systems*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey (1993).

[20] D. J. Wood, R. G. Dorsch, C. Lightener, Wave plan Analysis of Unsteady Flow in Closed Conduits. *Proc. ASCE J. Hyd. Div*., 92(HT2) 83-110 (1965).

[21] D. J. Wood, J. E. Funk, SURGE 5.0. *Computer analysis of transient flow in pipe networks including surge control devices. User's Manual*, Civil Engineering Software Center, Department of Civil Engineering, University of Kentucky. Lexington, Kentucky (USA), (1988a).

[22] H. M. Chaudhry, Numerical Solution of Transient-Flow Equations, *Proc. Hydraulic Specialty Conf. Amer. Soc. Civ. Engrs*., pp 663-690 (1983).

[23] A. J. Baker, *Finite Element Computational Fluid Mechanics*, McGraw-Hill, New York, (1983).

[24] C.S. Watt, *Application of Finite Element Method to Unsteady Flow Problems*, Ph.D. Thesis, Sunderland Polytechnic (1975).

[25] J. A. Liggett, *The Boundary Element Method-Some Fluid Applications, In Multidimensional Fluid Transients*, (Edited by H. M. Chaudhry and C.S. Martin), Amer. Soc. Mech. Engrg. 1-8, (1984).

[26] D. Gottlieb, S.A. Orszag, *Theory of Spectral Methods for Mixed Initial-Boundary Value Problems*, Parts I and II, ICASE , NASA Langley Research Center, Hampton, Virginia, (1977).

[27] D. Gottlieb, M. Y. Hussaini, S. A. Orzag, Theory and Applications of Spectral Methods, In *Spectral Methods for Partial Differential Equations*, (Edited by Voigt, R.G., Gottlieb, D. and Hussaini, M.Y.). SIAM, Philadelphia, (1984).

[28] J. Izquierdo, P. L. Iglesias, E. Cabrera, DYAGATS - Simulación mediante ordenador personal de Transitorios en Sistemas Simples, *VII Encontro nacional de saneamiento basico*, Coimbra, Portugal, (1996).

[29] P. L. Iglesias, *Modelo General de Análisis de Redes Hidráulicas a Presión en Régimen Transitorio*. Tesis Doctoral, Septiembre, (2001).

[30] J. Izquierdo, P. L. Iglesias, Mathematical Modelling of Hydraulic Transients in Complex Systems. *Mathematical and Computer Modelling*. Pendiente de publicación.

[31] D. C. Wiggert, M. J. Sundquist. Fixed-grid Characteristics for Pipeline Transients. *J. Hydr. Engrg*., ASCE, 103(13, 1403-1415, 1977.

[32] D. E. Goldberg, E. B. Wylie. Characteristics Method using Time-Line Interpolation. *J. Hydr. Engrg*., ASCE 109(5), 670-683, 1983.

[33] C. Lai. Comprehensive Method of Characteristics for Flow Simulation. *J. Hydr. Engrg*., ASCE 114(9), 1074-1095, 1989.

[34] M. Holly, A. Preissmann. Accurate calculation of transport in two dimensions. *J. Hydr. Engrg*., ASCE 103(11), 1259-1277, 1977.

[35] I. A. Sibetheros, E. R. Holley, J. M. Branski. Spline Interpolation for Waterhammer Analysis. *J. Hydr. Engrg*., ASCE 117(10), 1332-1349.

[36] B. W. Karney, M. S. Ghidaoui. Flexible Discretization Algorithm for Fixed-Grid MOC in Pipelines. *J. Hydr. Engrg*., ASCE 123(11), 1004-1011, 1997.

[37] M. S. Ghidaoui, B. W. Karney. Equivalent Differential Equations in Fixed-Grid Characteristics Method. *J. Hydr. Engrg*., ASCE 120(10), 1159-1175, 1994.

[38] X. J. Wang, M. F, Lambert, A. R. Simpson, J. A. Ligget, J. P. Vitkovsky. Leak Detection in Pipelines using the Damping of Fluid Transients. *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 128, No. 7, 697-711, 2002.

[39] B. Brunone, M Ferrante. Detecting leaks in pressurized pipes by means of transients. *Journal of Hydraulic Research*. Vol. 39, No. 4, 1-9, 2002.

[40] W. Mpesha, M. H. Chaudhry, S.L.Gassman. Leak Detection in Pipes by Frequency Response Method using a Step Excitation. *Journal of Hydraulic Research*. Vol. 40, No. 1, 55-62, 2002.
[41] S. Ranjithan, J. W. Eheart and J. H. Garrett. Application of neural network in groundwater remediation under conditions of uncertainty. *New uncertainty concepts in hydrology and water resources*. Z. W. Kundzewicz (Ed.). Cambridge University Press, U.K., 133-140, 1995.
[42] J. Izquierdo. Desarrollo de una herramienta para la optimizacion de la gestion de recursos hidricos en sistemas de distribucion de agua basada en las redes neuronales. *Proyecto CICYT de la Dirección General de Investigación del Ministerio de Ciencia y Tecnología, de referencia REN2000-1152/HID*. Resultados aún no publicados, 2002.
[43] R. Pérez, M. Andreu, J. Izquierdo. Diseño de Redes de Distribución de Agua. Cap. del libro Ingeniería Hidráulica Aplicada a los Sistemas de Distribución de Agua. E. Grupo Mecánica de Fluidos, 653-727, 1966.
[44] E. Alperovits, U. Shamir. Design of Optimal Water Distribution Systems. *Water Resources Res*., 1(6), 885-900, 1977.
[45] A. R. Simpson, G. C. Dandy, L. J. Murphy. Genetic algorithms compared to other techniques for pipe optimization. *J. Water Resour. Plng. and Mgmt*., ASCE, 120(4), 423-443, 1994.
[46] D. Savic, G. Walters. Genetic Algorithms for Least-Cost Design of Water Distribution Systems. *J. Water Resour. Plng. and Mgmt*., ASCE, 123(2), 67-77, 1997.
[47] Ch. Xu, I. C. Goulter. Reliability-Based Optimal Design of Water Distribution Systems. *J. Water Resour. Plng. and Mgmt*., ASCE, 125(6), 352-362, 1999.
[48] I. Goulter. Analytical and simulation models for reliability analysis in water distribution systems. *Improving efficiency and reliability in water distribution systems*. E. Cabrera y A. Vela (Eds.), Kluwer Academic Press, London, 235-266, 1995.
[49] I. Goulter, A. Coals. Quantitative approaches to reliability in pipe networks. *J. Transp. Engrg*., ASCE 112(3), 287-301, 1986.
[50] I. Goulter, F. Bouchart. Reliability-constrained pipe network model. *J. Hydr. Engrg*., ASCE 116(2), 211-229, 1990.
[51] L. W. Mays. Methodologies for assessment of aging water distribution systems. *Rep. No. CRWR 227*, Ctr. For Res. In Water Resour., The University of Texas, Austin, Tex., 1989.
[52] R. Guercio, Z. Xu. Linearized optimization model for reliability-based design of water systems. *J. Hydr. Engrg*., ASCE 123(11), 1020-1026, 1997.
[53] A. Ostfeld, U. Shamir. Design of Optimal Reliable Multiquality Water-Supply Systems. *J. of Plng. Resour. and Mgmgt*., ASCE 122(5), 322- 333, 1996.
[54] A. Ben-Tal, G. Eiger, J, Outrata, J. Zowe. A nondifferentiable approach to decomposable optimization problems with an application to the design of water distribution networks. *Advances in optimization –lecture notes in economics and mathematical systems*, No. 382, W. Jetti and D. Pallaschke, eds. Springer-Verlag, New York, N.Y., 197-216, 1992.
[55] B. C. Yen, S. T. Cheng, C. S. Melching. First-order reliability analysis. *Stochastic and risk analysis in hydraulic engineering*. B. C. Yen, e., Water Resources Publications, Littleton, Col., 1-36, 1986.
[56] C. Xu, I. C. Goulter. Uncertainty analysis of water distribution networks. *Stochastic Hydraulics '96*. K. S. Tickle et al. Eds., Balkema, Rotterdam, The Netherlands, 609-616, 1996.
[57] Y. K. Tung. Uncertainty analysis in water resources engineering. *Stochastic Hydraulics '96*. K. S. Tickle et al. Eds., Balkema, Rotterdam, The Netherlands, 29-46, 1996.
[58] A. Kaufmann, M. M. Gupta. *Introduction to fuzzy arithmetics: Theory and Applications*. Van Nostrand Reinhold, New York, 1991.
[59] A. Bardossy, L. Duckstein. *Fuzzy rule-based modeling with application to geophysical, economic, biological and engineering systems*, CRC, London, 1995.
[60] E. Hansen. *Global Optimization using Interval Analysis*. Dekker, New York, 1992.
[61] A. Neumaier. *Interval Methods for System of Equations*. Cambridge University Press, Cambridge, U.K., 1990.
[62] R. Revelli, L. Ridolfi. Fuzzy Approach for Analysis of Pipe Networks. *J. Hydr. Engrg*., ASCE 128(1), 93-101, 2002.
[63] D. F. Yates, A.B. Templeman, T. B. Boffey. The computational complexity of the problem of determining least capital cost designs for water supply systems. *Engrg. Optimization*, 7(2), 142-155, 1984.
[64] Z. Michalewicz. *Genetic algorithms + data structures = evolutionary programs*. Springer-Verlag, New York, Inc., New York, N.Y., 1992.
[65] G. A. Walters, G. Lohbeck. Optimal layout of tree networks using genetic algorithms. *Engrg. Optimization*, 22(1), 27-48, 1993.
[66] L. J. Murphy, A. R. Simpson. Genetic algorithms in pipe network optimization. *Res. Rep. No. R39*. Dept. of Civil Envir. Engrg., Univ. of Adelaide, Australia, 1992.
[67] G. A. Walters, R. G. Cembrowicz. Optimal design of water distribution networks. *Water Supply Systems, state of the art and future trends*, E. Cabrera y F. Martínez, Eds., Computational Mechanics Publications, Southampton, 91-117, 1993.
[68] D. A. Savic, G. A. Walters. Genetic Algorithms for lesast-cost design of water distribution networks. *J. of Water Plng. and Mgmt*., 123(2), 67-77, 1997.
[69] Z. Y. Wu, A. R. Simpson. A self-adaptative boundary search genetic algorithm and its application to water distribution systems. *J. Hydr. Research*, Vol. 40, No. 2, 191-199, 2002.

[70] D. A. Savic, G. A. Walters. Genetic Algorithms and evolution programs for decision support. *Proc., 4th Int. Symp.: Advances in Logistics Sci. and Software*, J. Knezevic, ed., Exeter, U.K., 70-80, 1994.

[71] F. Martínez, R. Pérez, J. Izquierdo. Optimum Design and Reliability in Water Distribution Systems, in *Improving efficiency and reliability in water distribution systems*. Kluwer Academic Pub. Dordrecht, Boston, London (1995).

[72] T. R. Neelakantan, N. V. Pundarikanthan. Neural network-based simulation-optimization model for reservoir operation. *J. Water Resour. Plng. and Mgmt., ASCE*(2), 57-62, 2000.

[73] V. M. Johnson, L. R. Leah. Accuracy of neural network approximators in simulation-optimization. *J. Water Resour. Plng. and Mgmt., ASCE*(2), 48-56, 2000.

[74] D. R. Hush, B. G. Horne. Progress in supervised neural networks –What is new since Lippmann. *Signal Processing Mag.*, 4, 8-39, 1993.

[75] J. Izquierdo, A. Escribano. *Predimensionado de calderines antiariete mediante una red neuronal*. Por aparecer. 2002.

[76] A. Likas, K. Blekas, A. Safylopatis. Application of the Fuzzy Min-Max Neural Network Classifier to Problems with Continuous and Discrete Attributes. *Proc. of IEEE Workshop on Neural Networks for Signal Processing (NNSP'94)*, pp 163-170, 1994.

[77] K. Blekas, A. Likas, A. Safylopatis. A Fuzzy Neural Network Approach to Classification Based on Proximity Characteristics Patterns. *Proc. 9th IEEE Int. Conference on tools with Artificial Intelligence*, Nov 1997, Newport Beach, CA, USA.

[78] M. B. Abbott, V. M. Babovic, J. A. Cunge. Towards the hydraulics of the hydroinformatics era. *J. Hydr. Research*, Vol. 39, No. 4, 339-349, 2001.

[79] Y. B. Dibike. Developing generic hydrodynamic models using artificial neural networks. *J. Hydr. Research*, Vol. 40, No. 2, 183-190, 2002.

[80] E. Cumberbatch, A. Fitt. *Mathematical Modeling. Case Studies from Industry*. Cambridge University Press, 2001.

[81] G. R. Fulford, P. Broadbridge. *Industrial Mathematics. Case studies in the diffusion of heat and matter*. Cambridge University Press, 2002.

LISTA DE SÍMBOLOS

a	celeridad de las ondas de presión
$a_p(q)$	coste total de tuberías y estaciones de bombeo
b^k	pérdidas totales en rutas entre nodos de altura fija
C	concentración de una sustancia, número de Courant
D	diámetro de una tubería
d	profundidad del agua en un canal
Δt	incremento temporal
Δx	incremento espacial
F_{HL}	función de probabilidad acumulativa de la altura nodal
f	factor de fricción
$f_x(X)$	función de densidad de probabilidad conjunta de X
g	aceleración de la gravedad
H	altura piezométrica
K	coeficiente de difusión longitudinal
k_k	coeficientes de decaimiento
L	longitud
μ	coeficiente de viscosidad
PF_L	probabilidad de fallo en el suministro en el nodo L
p	presión
Q, q	caudal
R_L	fiabilidad en el nodo L
r_k	constantes estequiométricas
ρ	densidad
σ	tensor de esfuerzos viscosos
Tf_C	término de fuentes y sumideros
t	variable temporal
θ	ángulo
U	velocidad unidimensional
V	velocidad
$wc(q)$	función de coste de compra del agua
x	variable espacial
x_0l	valor inicial de la variable espacial
X_p	variables de decisión