

# USO DE LA TÉCNICA SPH PARA EL ESTUDIO DE LA INTERACCIÓN ENTRE OLAS Y ESTRUCTURAS

M. Gómez-Gesteira<sup>1</sup>, R.A. Dalrymple<sup>2</sup>, A.J.C. Crespo<sup>1</sup> y D. Cerqueiro<sup>1</sup>

## Resumen:

Se muestra la potencialidad del método SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) para el tratamiento de la interacción entre olas y estructuras. En particular, se estudia el proceso de rebase de una ola sobre una estructura horizontal paralela a la superficie del agua en reposo mediante una versión bidimensional del código y la colisión de una ola solitaria con una estructura vertical delgada mediante una versión tridimensional. En ambos casos se muestra cómo el modelo reproduce tanto cualitativa como cuantitativamente diferentes experimentos de laboratorio.

**Palabras clave:** interacción olas- estructuras, modelado numérico. SPH.

## INTRODUCCIÓN

El SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) es un método para la resolución de problemas de dinámica computacional continua. Se trata de una técnica puramente lagrangiana, desarrollada a finales de los años setenta por (Lucy 1977; Gingold & Monaghan 1977), la cual se ha aplicado al campo de la astrofísica, la cosmología y, recientemente, se está utilizando para diferentes problemas de la física de fluidos.

Las técnicas que utilizan una malla para el estudio de la dinámica de fluidos discretizan el medio continuo, adaptándolo a esa malla que se extiende a todo el dominio de integración; por tanto, se van a tratar de la misma manera los espacios vacíos y los espacios en los que se encuentra el fluido. Esto trae consigo un enorme gasto de memoria y de tiempo de cálculo, lo que hace que muchos problemas no puedan ser tratados de una forma eficiente mediante estas técnicas.

Los métodos lagrangianos no necesitan de una malla regular que cubra la totalidad del espacio de integración. En este sentido, el volumen ocupado por el fluido es el único que se computa, por tanto, la memoria y el tiempo de cálculo no se desperdician en la resolución de espacios vacíos.

En astrofísica (Monaghan and Latanzio, 1985), por ejemplo, estas técnicas son especialmente apropiadas, ya que los problemas más usuales se caracterizan por la falta de simetría y por la existencia de espacios vacíos, los cuales, en las técnicas lagrangianas, no influirán en el cálculo y, por tanto, se conseguirá un importante ahorro de tiempo y de memoria. Además, en muchos de estos problemas se incluye el movimiento de un fluido en tres dimensiones bajo la acción de su propia gravedad y de las fuerzas de presión, lo que es mucho más fácil de tratar, desde el punto de vista numérico, si se descompone el fluido en un conjunto de partículas.

El SPH integra las ecuaciones de movimiento de la dinámica de fluidos en cada punto de la malla numérica en el formalismo lagrangiano, calculando los valores de las cantidades físicas relevantes (velocidad, posición, densidad y presión) para cada partícula como una interpolación de los valores de las partículas vecinas.

Para hacer más fina la resolución del método el paso de la distribución de fluido (que es un continuo) a partículas (medio discreto) se realiza a través de una función de suavizado, el *kernel*. Esta función tiene un soporte compacto dentro de una región que viene determinada por un radio mucho más pequeño que la escala típica del problema que se está tratando.

<sup>1</sup> Grupo de Física Oceanográfica, Facultad de Ciencias, Universidad de Vigo, 32004 Ourense, Spain. [mgesteira@uvigo.es](mailto:mgesteira@uvigo.es)

<sup>2</sup> Hackerman Professor, Department of Civil Engineering, Johns Hopkins University, 3400 N Charles Street, Baltimore, MD 21218. [rad@jhu.edu](mailto:rad@jhu.edu)

Artículo recibido el 5 de mayo de 2004, recibido en forma revisada el 30 de mayo de 2004 y aceptado para su publicación el 1 de junio de 2004. Pueden ser remitidas discusiones sobre el artículo hasta seis meses después de la publicación del mismo siguiendo lo indicado en las "Instrucciones para autores". En el caso de ser aceptadas, éstas serán publicadas conjuntamente con la respuesta de los autores.

El proceso de suavizado modula las contribuciones de las partículas vecinas que intervienen en la interpolación, por tanto, estas contribuciones pueden ser entendidas como la interacción entre pares de partículas.

Existe una gran variedad de fenómenos donde la técnica SPH puede generar resultados satisfactorios. Históricamente, la primera vez que se utilizó el SPH fue para estudiar la dinámica de las inestabilidades de fisión en la rápida rotación de las estrellas (Lucy, 1977). El método se ha aplicado a una gran cantidad de problemas relacionados con la astrofísica como: i) *Dinámica de gases*: El test más simple es el que se utiliza para estudiar los fenómenos lineales de onda. La desviación desde la relación de dispersión corregida depende de la transformada de Fourier del kernel. En muchos tests también se ha utilizado el SPH para tratar corrientes supersónicas alrededor de un cilindro. ii) *Estrellas binarias y colisiones de estrellas*: La interacción entre dos estrellas es un fenómeno adecuado para su estudio mediante SPH (Faber and Rasio, 2000; Faber and Manor, 2001). Materia, energía y momento se transportan correctamente por las partículas SPH según el movimiento de las estrellas a través del espacio. Los métodos de diferencias finitas aplicados al mismo problema introducen errores debido a la advección a través de la malla y necesitan de un gran número de celdas para cubrir todo el espacio, tratando de la misma forma los espacios vacíos y las partículas. iii) *Formación de la luna y problemas de impactos*: La teoría de colisión del origen de la luna ha sido estudiada con detalle por (Benz et al., 1989) usando el SPH. Se necesitan en este caso unas determinadas condiciones iniciales y de contorno; además de una ecuación de estado especial. iv) *Fragmentaciones y colisiones de nubes*: La simulación SPH se puede utilizar para estudiar las complejas estructuras que formarán en las interacciones entre las nubes, inicialmente esféricas. Para realizar estos estudios se asume que la interacción entre las nubes es isotérmica, aunque también se han hecho simulaciones en las que esta condición se sustituye por una fórmula de enfriamiento. Un estudio interesante de las inestabilidades en las rotaciones de las nubes fue realizado por Durisen et al. (1986), quienes compararon una simulación SPH con una simulación de diferencias finitas, encontrando que la simulación SPH es más fácil y más eficiente. Además, el cálculo SPH se completó en unos pocos días mientras que el cálculo de diferencias finitas necesita más de un año para realizarse satisfactoriamente.

v) *Cosmología*: El primer código SPH, en el que se combinaba dinámica de gases y un código P<sup>3</sup>M se debe a Evrard (1988), generándose importantes mejoras en años posteriores, tal como se describe en Shapiro et al. (1996). El SPH es ideal para tratar problemas de dos fluidos (gas y agujeros negros) en un universo en expansión, donde cada uno de los dos fluidos se representa mediante partículas a las que se le ponen distintas etiquetas para diferenciarlas. vi) *Supernovas*: La mezcla debida a las inestabilidades Rayleigh-Taylor durante la explosión de una supernova ha sido objeto de numerosos estudios. La primera simulación SPH de una explosión de supernova fue llevada a cabo por Nagasawa et al. (1988), aunque los resultados no estaban en concordancia con los obtenidos mediante métodos de diferencias finitas. Mediante el uso de una fuente suavizada de energía en la formulación SPH se obtuvieron resultados en concordancia con los resultados obtenidos por los cálculos de diferencias finitas. Herant & Benz (1991) mejoraron los cálculos SPH utilizando unos estados iniciales realistas. vii) *Relatividad especial y general*: A pesar de que existen pocos cálculos relativistas mediante SPH, Lahy (1989) aplicó el método al choque de tubos y problemas de colisiones nucleares. Los resultados obtenidos han sido pobres en comparación con los resultados de choques no relativistas, esto es debido a que no se ha encontrado para el primer caso una adecuada viscosidad artificial para el SPH. viii) *Fenómenos magnéticos*: SPH ha sido utilizado para estudiar el colapso magnético de nubes de gas (Habe, 1989), la propagación de ondas Alfvénic (Phillips & Monaghan, 1985), así como el desarrollo de una onda expansiva en una nube magnética (Stellingwerf and Peterkin, 1990).

Durante la década pasada, el método SPH se extendió al estudio de la ciencia de materiales debido a una serie de características que lo hacen especialmente adecuado para la simulación de algunos problemas de flujo industriales: i) los flujos dominados por el momento se adaptan perfectamente a una técnica lagrangiana; ii) la física compleja, tal como corrientes multifase, las ecuaciones de estado realistas, o la transferencia de calor y solidificación/fundición, pueden ser incluidos en el modelo de manera rigurosa; iii) las geometrías complejas, en particular las superficies libres complejas, pueden ser tratadas de manera sencilla, siendo la extensión de los flujos en 2D a 3D directa. Así, el método se ha extendido al estudio de la respuesta dinámica de materiales (Libersky & Petscheck, 1991; Libersky & Petscheck,

1993; Johnson et al., 1996), a la simulación de fracturas (Benz & Asphaug, 1993), a la simulación de impactos (Benz & Asphaug, 1994), al estudio de sólidos quebradizos (Benz & Asphaug, 1995) y a la simulación de la formación de metales (Bonet & Kulasegaram, 2000).

Finalmente, también se ha aplicado el método SPH al análisis de la dinámica de fluidos. Cabe destacar el estudio de explosiones submarinas (Swegle & Attaway, 1995), la simulación de problemas de flujos incompresibles con superficie libre (Monaghan, 1994; Monaghan and Kos, 1999; Monaghan and Kos, 2000)), el análisis de corrientes de gravedad (Monaghan, 1996; Monaghan et al., 1999) —especialmente el estudio de corrientes pirocláticas—, o la interacción entre olas y estructuras, tanto en 2D (Fontaine, 2000; Dalrymple *et al.*, 2002; Gómez- Gesteira et al, 2004) como en 3D (Gómez- Gesteira & Dalrymple, 2004). Además, numerosos problemas relativos a la dinámica de fluidos han sido tratados mediante MPS (Koshizuka et al, 1995), en particular problemas de rotura de olas (Gotoh and Sakai, 1999), de deposición de sedimento (Gotoh and Fredsoe, 2000), de modelado de procesos turbulentos (Gotoh et al, 2001) o del movimiento de trocos en un medio fluido (Gotoh et al, 2002).

El método SPH presenta una serie de ventajas y desventajas que lo hacen especialmente idóneo para el análisis de ciertos fenómenos y totalmente desaconsejable para otros. Entre las ventajas se puede destacar:

- Las principales ventajas de esta técnica se derivan de su naturaleza lagrangiana. SPH sigue automáticamente flujos complejos y puede fácilmente mantener constante la resolución de la masa. Se pueden mejorar los resultados si se utiliza una longitud suavizada  $h$  que tenga una variación espacial, manteniendo un número constante de vecinos dentro de un radio aproximadamente igual a  $2h$ .
- Se manejan fácilmente los problemas multidimensionales así como los que no tienen ninguna simetría.
- El método sólo calcula donde la masa está localizada, por tanto, no se gastará tiempo en el tratamiento de los espacios vacíos.
- Es fácil incluir cualquier proceso físico adicional en el código base.

- El método produce buenos resultados para un gran número de problemas de distinta naturaleza.

Siendo las desventajas más importantes:

- Las condiciones de contorno son normalmente difíciles de implementar. Uno de los problemas que puede aparecer debido a un mal tratamiento de los contornos es la penetración de las partículas fluidas en los contornos, lo cual debe evitarse. Los tipos de contornos fácilmente manejables con el SPH son : 1) contornos naturales (donde la densidad cae a cero) lejos de las regiones de interés. Entonces, los contornos pueden ser ignorados; 2) condiciones de tipo periódico por ejemplo, en las cajas (donde se puede conseguir que las partículas “vean” los vecinos en la cara opuesta de la caja).
- Los fenómenos de choques no son la mejor aplicación de este método, ya que necesitan de una viscosidad artificial adecuada para resolver los choques.
- SPH trabaja mejor si el ancho del kernel es variable, así la resolución será mejor en las regiones de alta densidad. Las regiones de baja densidad estarían peor resueltas.
- La robustez del método puede ser llegar a ser una desventaja, ya que si se desarrolla una solución no física, ésta puede pasar inadvertida.
- El método de interpolación usado en el SPH es muy simple, por lo que está muy afectado por el desorden de las partículas. El SPH da resultados razonables para los gradientes de primer orden, pero pueden ser peores para derivadas de orden superior. A veces, será necesario emplear técnicas especiales cuando las segundas derivadas están incluidas en la física del problema.
- Se suele emplear un kernel con simetría esférica. La distribución de los vecinos de una partícula tiene que ser aproximadamente isotrópica para un correcto funcionamiento de la fórmula de interpolación. Esto no se cumple cuando se forman láminas o discos.

En el presente trabajo se mostrará la versatilidad del método SPH para el estudio de la interacción entre olas y estructuras costeras.

Para ello, se realizará un resumen de la técnica SPH, en particular sobre la forma de conversión de las ecuaciones de conservación propias de la dinámica de fluidos al formalismo específico del método, así como de la particular naturaleza de las condiciones de contorno. A continuación se presentarán dos casos de estudio, uno en 2D, en el que se estudiará el rebase de una estructura por una ola, y otro en 3D, en el que se estudiará la colisión entre una ola y una estructura costera. En ambos casos se podrá comprobar que el método SPH genera resultados satisfactorios, tanto cualitativa como cuantitativamente, cuando se compara con experimentos.

### DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO SPH

En esta sección se describirá el método numérico, para lo cual se explicará tanto el fundamento teórico como el tipo de ecuaciones a resolver. Además, también se describirán las condiciones de contorno y las condiciones iniciales necesarias para la implementación del método. Para una más completa descripción del método, así como de las diferentes aproximaciones, el lector puede consultar (Liu, 2003).

#### Interpolandos

El SPH es un método computacional para la resolución de problemas de dinámica computacional continua. Las ecuaciones SPH se obtienen a partir de las ecuaciones de la dinámica del medio continuo, por interpolación de un conjunto de puntos, los cuales pueden estar desordenados. La interpolación está basada en la teoría de las integrales de interpolación (que usan kernels de interpolación, que se pueden aproximar por una función delta de Dirac). Estos kernels de interpolación son funciones analíticas que pueden ser diferenciadas sin necesidad de una malla espacial. Si los puntos están fijos en una determinada posición, entonces, las ecuaciones tienen la misma forma que las ecuaciones de diferencias finitas; las ecuaciones tendrán distintas formas según el kernel de interpolación que se escoja. Las ecuaciones SPH describen el movimiento de los puntos de interpolación (se pueden entender como las partículas), donde cada partícula tiene masa ( $m$ ), posición ( $\mathbf{r}$ ), velocidad ( $\mathbf{v}$ ) y otras propiedades dependiendo del problema que se esté tratando.

La integral de interpolación de una función  $A(\mathbf{r})$  (que puede ser un escalar, un vector o un tensor) viene dada por

$$A_i(\mathbf{r}) = \int A(\mathbf{r}') W(\mathbf{r} - \mathbf{r}', h) d\mathbf{r}' \quad (1)$$

donde la integración se extiende a todo el espacio y  $W$  es un *kernel* de interpolación, siendo  $h$  la longitud que determina el ancho de esta función, la cual limita la resolución del método.  $h$  recibe frecuentemente el nombre de longitud de suavizado y controla el dominio de influencia  $\Omega$ . Típicamente el valor de  $h$  debe ser mayor que la separación inicial de las partículas.

Además, la función *kernel* tiene que cumplir una serie de propiedades

Positividad:

$$W(\mathbf{r} - \mathbf{r}', h) \geq 0 \text{ dentro del dominio } \Omega \quad (2)$$

Soporte compacto:

$$W(\mathbf{r} - \mathbf{r}', h) = 0 \text{ fuera del dominio } \Omega \quad (3)$$

$$\text{Normalización: } \int W(\mathbf{r} - \mathbf{r}', h) d\mathbf{r}' = 1 \quad (4)$$

Comportamiento tipo función delta:

$$\lim_{h \rightarrow 0} W(\mathbf{r} - \mathbf{r}', h) d\mathbf{r}' = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (5)$$

Comportamiento monótono decreciente de

$$W(\mathbf{r} - \mathbf{r}', h) \quad (6)$$

Numéricamente, la información sólo se conoce en puntos discretos, por eso las integrales de interpolación se aproximan por un sumatorio de interpolación

$$A_s(\mathbf{r}) = \sum_b m_b \frac{A_b}{\rho_b} W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_b, h) \quad (7)$$

donde el índice  $b$  indica una partícula etiquetada y el sumatorio se extiende a todas las partículas. Como el *kernel* desaparece para una cierta distancia, en los sumatorios sólo se tienen en cuenta los vecinos más próximos, que vienen determinados por el valor de  $h$ , (es decir, por el ancho de la función *kernel* elegida). Al hacer la aproximación de la integral (1) por el sumatorio (7) el error que se va a cometer dependerá del desorden de las partículas (o puntos de interpolación) y, normalmente, será de orden dos o menor. En algunas zonas, especialmente en las proximidades de la superficie libre o de los contornos, el número de partículas puede ser lo suficientemente pequeño para introducir errores significativos en el paso desde la descripción continua (1) a la discreta (7), para evitarlo es necesario introducir una condición de normalización en el *kernel* (Bonet & Kulasegaram, 2000).

Lo más importante es que se puede construir una interpolación diferenciable de una función desde sus valores en las partículas (puntos de interpolación) usando un kernel, el cual tendrá que ser diferenciable. Las derivadas de esta interpolación se pueden obtener por diferenciación ordinaria, no hay necesidad de usar diferencias finitas ni tampoco es necesario el uso de una malla.

Entonces, si  $W$  es una función diferenciable y se quiere aplicar el operador  $\nabla$  a la función  $A(\mathbf{r})$ , simplemente se aplicará el operador  $\nabla$  a la función kernel, por tanto, quedará como sigue

$$\nabla A(\mathbf{r}) = \sum_b m_b \frac{A_b}{\rho_b} \nabla W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_b, h) \quad (8)$$

El uso de diferentes *kernels* en el SPH es análogo al uso de diferentes sistemas de diferencias en los métodos de diferencias finitas. El ejemplo más intuitivo de *kernel* es el representado por una función gaussiana, de hecho se ha empleado frecuentemente para realizar análisis teóricos relativos al método SPH, debido a su sencillez (Monaghan, 1989). Sin embargo, tiene una importante limitación desde el punto de vista computacional, ya que su valor sólo es igual a cero en el infinito, lo que obliga a computar un número innecesario de partículas, lo que es totalmente irreal desde un punto de vista físico, o a imponer una condición de corte, aunque en este caso no se cumplirá la condición de normalización dada por (4). Entre los muchos *kernels* utilizados en la literatura (para un resumen ver Liu (2003)) los basados en funciones *spline* son los que se han usado con mayor frecuencia. En particular, el *spline* cubico definido en Monaghan (1992), se ha utilizado con asiduidad para el estudio de medios fluidos (Monaghan and Kos, 1999; Monaghan and Kos, 2000 ).

$$W(q, h) = \alpha_D \begin{cases} 1 - \frac{3}{2}q^2 + \frac{3}{4}q^3 & 0 \leq q \leq 1 \\ \frac{1}{4}(2-q)^3 & 1 \leq q \leq 2 \\ 0 & q \geq 2 \end{cases} \quad (9)$$

Siendo  $\alpha_D = \sigma/h^v$  un factor que depende de la dimensión del problema, donde  $v$  es la dimensión, y  $\sigma$  un factor que vale  $2/3$  en 1D,  $10/(7\pi)$  en 2D y  $1/\pi$  en 3D que sirve para garantizar la condición de normalización;  $q = r_{ab}/h$ , siendo  $r_{ab}$  la distancia que hay entre las partículas  $a$  y  $b$ .

Este tipo de función, pese a comportarse bien en la mayor parte de problemas tiene una limitación dada por la forma de su segunda derivada cerca del origen. Como veremos en las siguientes subsecciones, la fuerza entre dos partículas depende de esta segunda derivada. La derivada de la función *spline* cúbica tiene un máximo en  $q = 2/3$ , de tal forma que, al acercarse las partículas por debajo de esa distancia, su fuerza de repulsión tiende a disminuir, haciéndose cero en  $h=0$ , en contradicción con lo esperable físicamente. Así, las partículas tienden a agruparse, dando lugar al fenómeno conocido como *clumping* en la literatura anglosajona. Para evitar este efecto en *kernels* cuya primera derivada se anula en  $h=0$ , se utiliza la corrección propuesta por Monaghan (2000), la cual básicamente consiste en añadir una presión artificial cuando la distancia normalizada entre partículas es menor que  $2/3$ .

## Ecuaciones de la dinámica de fluidos en notación SPH

Las ecuaciones de la dinámica de fluidos deben traducirse al formalismo SPH como se verá a continuación.

### Conservación del momento:

$$\frac{d\mathbf{v}_a}{dt} = - \sum_b m_b \left( \frac{P_b}{\rho_b^2} + \frac{P_a}{\rho_a^2} + \Pi_{ab} \right) \nabla_a W_{ab} - \mathbf{g} \quad (10)$$

El sumatorio afecta a todas las partículas, sin embargo, en la práctica, al tener el kernel un rango finito sólo se tendrán en cuenta los vecinos más próximos. En esta ecuación  $\mathbf{g}$  es la aceleración de la gravedad,  $W_{ab}$  el *kernel* y  $\Pi_{ab}$  es el término de viscosidad que viene dado por

$$\Pi_{ab} = \begin{cases} \frac{-\alpha \bar{c}_{ab} \mu_{ab} + \beta \mu_{ab}^2}{\bar{\rho}_{ab}} & \mathbf{v}_{ab} \cdot \mathbf{r}_{ab} < C \\ 0 & \mathbf{v}_{ab} \cdot \mathbf{r}_{ab} > C \end{cases} \quad (11)$$

con

$$\mu_{ab} = \frac{h \mathbf{v}_{ab} \cdot \mathbf{r}_{ab}}{r_{ab}^2 + \eta^2}; \mathbf{v}_{ab} = \mathbf{v}_a - \mathbf{v}_b; \mathbf{r}_{ab} = \mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b \text{ y } \bar{c}_{ab} = \frac{c_a + c_b}{2}$$

es la media de la velocidad del sonido.  $\beta$  y  $\alpha$  son parámetros que tendrán distintos valores según el problema que se quiera tratar y  $\eta^2 = 0.01 h^2$  sirve para evitar que el cálculo diverja cuando la distancia entre partículas es demasiado pequeña.



La viscosidad (Monaghan and Kos, 1999) se construyó en el límite en el que el número de partículas crece hasta el infinito (entonces, los sumatorios pueden ser reemplazados por integrales) la viscosidad tiene la forma de la viscosidad de Navier-Stokes. Este término produce una cizalladura y una viscosidad volumétrica. El término de viscosidad es invariante para traslaciones o para transformaciones en relación a un sistema de referencia que se mueve con velocidad constante (invariantes de Galileo). Si las partículas están rotando rígidamente, entonces, la viscosidad desaparece como debe ser.

Esta viscosidad (llamada *viscosidad artificial*) se ha usado satisfactoriamente para resolver numéricamente problemas de choque entre partículas y para prevenir la penetración de las partículas. Sin embargo, otros autores, por ejemplo (Koshizuka et al, 1995) mediante MPS o (Cummins and Rudman, 1999) han optado por otras aproximaciones para la resolución de los términos difusivos.

La ecuación de movimiento se usa para calcular las velocidades y posiciones de las partículas en cada instante de tiempo. La interacción entre los pares de partículas tiene lugar a lo largo de la línea de los centros, entonces, el momento lineal y el angular se conservan.

### Ecuación de continuidad

La ecuación de continuidad que se utiliza en el formalismo SPH puede escribirse de dos formas:

$$\rho_a = \sum_b m_b W_{ab} \quad (12)$$

$$\frac{d\rho_a}{dt} = \sum_b m_b \mathbf{v}_{ab} \cdot \nabla_a W_{ab} \quad (13)$$

Mediante (12) se calcula la densidad suavizada haciendo un sumatorio que se extiende a todas las partículas. Esta expresión implica que la densidad de la partícula  $a$  se aproxima por la media ponderada de todas las partículas vecinas (estas partículas vecinas son las que se consideran dentro del ancho efectivo del kernel). Sin embargo, si se utiliza esta ecuación para un medio fluido como el agua, donde la densidad cae discontinuamente a cero en la superficie, la densidad se suavizará sobre una cierta distancia y las partículas de la superficie tendrán una densidad baja. La ecuación de estado, entonces, introducirá presiones incorrectas y degradará el cálculo. Así, es preferible hacer una aproximación de la tasa de cambio de la densidad (13),

donde las partículas tienen asignada una cierta densidad inicial (calculada a partir de la densidad de referencia), la cual sólo cambia cuando las partículas se encuentran en movimiento relativo. Por tanto, la densidad de la partícula  $a$  aumenta cuando la partícula  $b$  se mueve hacia ella y disminuye cuando se aleja.

Además, desde un punto de vista estrictamente computacional, existe una ventaja en utilizar (13), ya que así las tasas de cambio de las diferentes variables pueden calcularse en un solo paso para todas las partículas; mientras que, si se utiliza (12), se necesita un paso para calcular la densidad y otro para calcular las tasas de cambio. La única limitación de (13) es que no conserva la masa exactamente, por lo cual es necesario emplear (12) para la resolución en ciertos problemas.

### Ecuación de estado

La ecuación de estado (Batchelor, 1974) se utiliza para calcular la relación entre la densidad y la presión del fluido, y tiene la siguiente forma:

$$P = B \left[ \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] \quad (14)$$

donde  $\gamma = 7$  y  $B = c_0^2 \rho_0 / \gamma$ , siendo  $\rho_0 = 1000 \text{ kg m}^{-3}$  la densidad de referencia y  $c_0 = c(\rho_0)$  la velocidad de sonido a la densidad de referencia. El uso de valores de  $c_0$  altos es adecuado para un fluido débilmente compresible. Por razones numéricas, el valor de  $c_0$  debe ser lo suficientemente alto para reducir las fluctuaciones relativas de la densidad, las cuales son proporcionales al número de Mach al cuadrado, pero debe ser lo suficientemente pequeño para permitir la ejecución del código con pasos temporales razonables. En un compromiso entre ambas condiciones, se considera en los cálculos un valor de la velocidad del sonido considerablemente menor que el valor real.

El SPH estándar se usa para resolver fluidos compresibles, el movimiento de las partículas es conducido por la fuerza del gradiente de presión, calculando la presión de las partículas a partir de la densidad local de cada una de ellas, y por la energía interna a través de la ecuación de estado. Sin embargo, para fluidos incompresibles no hay una ecuación de estado para la presión.

Entonces, para el tratamiento de fluidos incompresibles lo que se hace es utilizar la técnica de la *compresibilidad artificial*, que se basa en el hecho de que todo fluido incompresible es teóricamente compresible y, por tanto, es factible utilizar una ecuación de estado cuasi-incompresible para modelar el flujo incompresible. En esta técnica la velocidad del sonido debe ser mucho más grande que la velocidad máxima alcanzada por el fluido.

## Corrección XSPH

Las partículas se mueven usando,

$$\frac{d\mathbf{r}_a}{dt} = \mathbf{v}_a \quad (15)$$

o el variante XSPH (donde “X” es un factor desconocido.)

$$\frac{d\mathbf{r}_a}{dt} = \mathbf{v}_a + \varepsilon \sum_b m_b \left( \frac{\mathbf{v}_{ab}}{\bar{p}_{ab}} \right) W_{ab} \quad (16)$$

donde,  $\bar{p}_{ab} = \frac{\rho_a + \rho_b}{2}$  y  $\varepsilon$  es una constante que toma valores entre cero y uno (normalmente el valor que se toma es el de 0.5).

El XSPH (Monaghan, 1989) es una corrección a la velocidad de una partícula, la cual se mueve a partir de la velocidad de esa partícula más un promedio de las velocidades de todas las partículas que actúan sobre ella. Debido al rango de finito del kernel, el sumatorio sólo afecta a los vecinos más próximos.

Esta corrección de la velocidad mantiene las partículas más ordenadas y evita la penetración de un fluido en otro (en caso de que se tuviesen varios) para velocidades de flujo altas.

## Tratamiento de las condiciones de contorno

Como se comentó en la sección introductoria, las condiciones de contorno no aparecen de forma natural en el formalismo SPH. Cuando una partícula se aproxima a una frontera sólida, en los sumatorios sólo intervienen las partículas situadas en el interior del medio, sin ningún tipo de interacción proveniente del exterior. Esta contribución puede generar efectos no realistas, debido a la diferente naturaleza de las variables a resolver, ya que algunas, como la velocidad, decaen a cero al acercarse al contorno, mientras que otras, como la densidad, no.

Las diferentes soluciones para evitar problemas de contorno consisten en la creación de una serie de partículas virtuales que caractericen los límites del sistema. Pueden distinguirse básicamente tres tipos de partículas contorno, dependiendo de los autores:

- *Tipo I:* En Randles y Libersky (1996) se consideran unas partículas contorno cuyas propiedades, incluida su posición, varían en cada paso temporal. Si en un cierto instante  $t_i$  la partícula  $a$  se encuentra a una distancia menor que la distancia de suavizado del kernel de un contorno, entonces se genera una partícula virtual fuera del medio, constituyendo la imagen especular de la partícula incidente. Ambas partículas tienen la misma densidad y presión, pero velocidad opuesta. Este tipo de condiciones de contorno no evita totalmente el paso de partículas fluidas a través de las paredes, además, el número de partículas contorno varía en cada paso de cálculo, lo que complica su implementación en el código.

- *Tipo II:* Este tipo de partículas de contorno virtuales se debe a Monaghan (1994). En este caso las partículas que constituyen la frontera en sí ejercen fuerzas centrales sobre las partículas fluidas, en analogía con las fuerzas entre moléculas. Así, para una partícula contorno y una partícula fluida separadas una distancia  $r$  la fuerza por unidad de masa tiene la forma dada por el potencial de Lennard-Jones. De forma análoga, otros autores (Peskin, 1977) expresan esta fuerza asumiendo la existencia fuerzas intensas en los contornos, las cuales pueden ser descritas por una función delta. Este método fue refinado en (Monaghan y Kos, 1999), mediante un proceso de interpolación, minimizando el efecto del interespaciado de las partículas contorno sobre la fuerza de repulsión de la pared.

- *Tipo III:* Otra forma de considerar las fronteras sólidas es asumir la existencia de unas partículas contorno que verifican las mismas ecuaciones de continuidad y de estado que las partículas fluidas, pero permanecen fijas en su posición a lo largo del tiempo (Dalrymple y Knio, 2000; Cerqueiro et al., 2004). Es decir, se calculan las ecuaciones (13-14) pero no las (10-11, 16). Puede parecer extraño utilizar las mismas ecuaciones para describir un fluido y su contenedor, pero realmente se trata de crear un mecanismo de repulsión, sin tener en cuenta el origen de esa repulsión. Por otro lado, el asumir un tipo particular de función de repulsión como sucede en las partículas tipo II es también una elección totalmente arbitraria.

De hecho, (Monaghan y Kos, 1999) afirman que la forma de la fuerza normal a la pared no es crucial mientras que crezca al disminuir la distancia entre partículas. Por otro lado, una interesante ventaja de las partículas tipo III es su sencillez computacional, ya que pueden calcularse dentro de los mismos bucles en los que se calculan las partículas fluidas, con el consiguiente ahorro de tiempo.

### Tratamiento de las condiciones iniciales

Las partículas fluidas, en el instante inicial, están colocadas en una cierta posición del espacio, la cual viene dada por las coordenadas espaciales de los nodos de una cierta malla. En general, la partículas deben colocarse sobre una malla regular, siendo el caso más sencillo una malla cartesiana como la usada en (Monaghan y Kos, 1999). Sin embargo, es preferible usar el equivalente en 3D a una malla cúbica centrada en el cuerpo (Monaghan y Lattanzio, 1991) ya que por un lado mejora la representación de integrales por sumas – paso de ecuación (1) a ecuación (7)– y por otro genera un mayor número de vecinos para cada partícula. Si se considera que el fluido (o fluidos) están inicialmente en reposo, la velocidad inicial de las partículas fluidas se considera nula. Además, inicialmente estas partículas fluidas tienen asignada una densidad de referencia ( $\rho_0$ ), la cual es necesario recalcular en función de la profundidad para que los valores de la presión hidrostática sean los correctos. Por tanto, la densidad de la partícula  $a$  que se encuentra a una profundidad  $z_a$  (definida positiva) debe calcularse teniendo en cuenta la altura de la columna de agua por encima de ella; así pues, la densidad corregida de dicha partícula es:

$$\rho_a = \rho_0 \left[ 1 + \rho_0 g \frac{z_a}{B} \right]^{\frac{1}{\gamma}} \quad (17)$$

Una vez conocido el valor de la densidad, se calcula el valor de la presión para cada partícula a partir de la ecuación de estado (14).

## APLICACIÓN 2D: REBASE DE UNA ESTRUCTURA HORIZONTAL

### El fenómeno

El fenómeno usualmente conocido en la literatura anglosajona como *green water overtopping* consiste en el paso de olas sin rotura sobre una

plataforma horizontal situada a una cierta altura por encima del agua en reposo. Este fenómeno puede causar importantes daños en barcos y plataforma petrolíferas, debido a las enormes fuerzas que entran en juego, por lo cual se han acometido durante los años diferentes estudios para determinar la susceptibilidad de las unidades de prospección y almacenaje de sufrir uno de estos incidentes (Buchner and Cozijn, 1997; Buchner and van Ballegoyen, 1997a, 1997b, 1997c, 1997d; Wang et al, 1998; Health & Safety Executive, 2001; Baarholm, 2001; Faltinsen et al, 2001; Greco, 2001), los cuales estadísticamente ocurren cada 3.6 años.

El modelado del *green water overtopping* es una ardua tarea (Trulsen et al., 2002), ya que conlleva el estudio del movimiento de un fluido inicialmente continuo, que se divide repentinamente debido a la presencia de una plataforma, para volverse a juntar tras sobrepasar el obstáculo. De hecho, en diferentes experimentos de laboratorio realizados por Cox and Ortega (2002), los autores observaron que las velocidades sobre y bajo la plataforma no coinciden en absoluto con las velocidades orbitales que se obtendrían en ausencia de la plataforma.

### El experimento

El experimento de Cox and Ortega (2002) constituye el punto de partida para el estudio de la colisión entre una ola y una plataforma horizontal suspendida sobre el agua. Para simplificar el fenómeno, consideraron en su experimento un estrecho canal, a fin de lograr un medio bidimensional (ver Figura 1).  $X$  es la coordenada horizontal, considerada positiva en el sentido de avance de la ola, siendo  $x = 0$  m la posición del generador de olas en reposo, mientras que la  $Y$  corresponde a la coordenada vertical, cuyo origen se sitúa en el nivel del agua en reposo y crece hacia arriba. Las dimensiones del canal son 36 m de longitud por 0.95 m de ancho y 1.5 m de alto con un generador de olas en unos de sus extremos. La plataforma se construyó en metacrilato y se suspendió desde el techo de forma horizontal y paralela a la superficie del agua en reposo (a 5.25 cm), siendo sus dimensiones 61 cm de largo por 93.5 cm de ancho y 1.15 cm de espesor, situándose a 8 m de distancia desde el generador de olas en reposo. Finalmente, se consideró un canal con una altura de agua de 65.0 cm, siendo lo suficientemente largo para evitar efectos de reflexión en las proximidades de la plataforma.



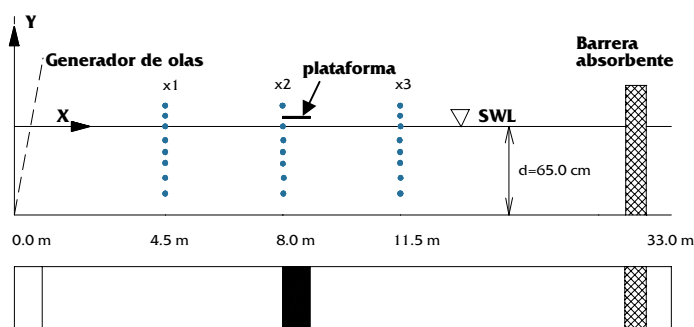


Figura 1. Planta y alzado del experimento de Cox and Ortega (2002).

La señal del generador de olas consistió en dos ciclos sinusoidales de periodo  $T = 1.0$  s seguidos por dos ciclos y medio de periodo  $T = 1.5$  s y mayor amplitud. La señal fue creada de tal forma que las ondas previas no interaccionasen con la estructura, evitando cualquier interferencia con la ola que rebasa la plataforma.

A pesar de que en el experimento original se utilizaron más medidores, en el presente estudio solo se considerarán los medidores de elevación de superficie del agua, el primero de los cuales se situó a 4.5 m del generador de olas, espaciándose el resto 0.5 m hasta los 11.5 m. Para medir las velocidades se usó un velocímetro laser- Doppler (LDV) en el transecto coincidente con el extremo anterior de la plataforma (a 8 m desde el generador en reposo), estableciéndose 20 medidas en altura desde  $-0.51$  m a  $0.10$  m.

## Calibración

A continuación se resumirán las condiciones particulares consideradas en el modelo SPH para la simulación del experimento anteriormente descrito.

## Parámetros del modelo

Se consideró un *kernel* definido por una función *spline* cúbica como el descrito en la ecuación (9), asumiendo una distancia de suavizado dependiente del tipo de partícula. Así, para la interacción entre partículas de fluido se consideró  $h_F = 4.55$  cm, para la interacción entre partículas contorno se tomó  $h_B = 0.90$  cm y para la interacción entre ambos tipos de partículas se tomó un promedio  $h_{BF} = 0.5(h_F + h_B)$ . Debe hacerse notar que se ha mencionado la existencia de interacción entre partículas contorno, ello se debe a la utilización de contornos tipo III, tal como se describió anteriormente. En las siguientes subsecciones se realizará un análisis detallado de estas condiciones de contorno.

El parámetro  $B$  en la ecuación de estado se eligió para garantizar que la velocidad del sonido fuese, al menos, 10 veces mayor que las velocidades presentes en el modelo, por lo cual se consideró  $B = 100gH\rho_0/\gamma$ , siendo  $H$  la profundidad del tanque (0.65 m en el experimento), obteniéndose una velocidad del sonido a la densidad de referencia de  $c_0 = 25.25$  ms<sup>-1</sup>.

La ecuación de viscosidad (11) se calculó tomando  $\alpha = 0.05$  y  $\beta = 0$ . Además, las partículas se movieron usando la corrección XSPH (Monaghan, 1989) descrita por la ecuación (16) con  $\epsilon = 0.5$ . Para el cálculo de la ecuación de continuidad se consideró la ecuación (13).

## Condiciones iniciales

Las partículas se colocaron inicialmente en una malla descentrada como la descrita anteriormente con  $dx = dy = 3.50$  cm, siendo su velocidad inicial nula y su densidad de referencia  $\rho_0 = 1000$ . Esta densidad se corrigió dependiendo de la profundidad siguiendo la ecuación (17). El caso particular de las partículas contorno se describirá en detalle en la siguiente subsección.

Las condiciones iniciales, Figura 2, se ajustaron para reproducir el montaje experimental anteriormente descrito, colocando el generador de olas en un extremo y una pared inclinada en el otro, a fin de disminuir los efectos de reflexión. El tanque computacional medía 17.3 m de largo y 1.08 m de alto, siendo considerablemente más corto que el experimental, aunque esto no mostró efectos apreciables en las proximidades de la plataforma, ya que el tanque se consideró lo suficientemente largo para evitar reflexiones importantes en la zona de la plataforma en el momento en que la ola la rebasa. Por otro lado, esta elección permite un considerable ahorro computacional, sin modificar la posición relativa de la plataforma desde el generador de olas. Mediante este diseño numérico, el número de partículas en el cálculo fue de 18387, de las cuales 1301 eran partículas contorno.

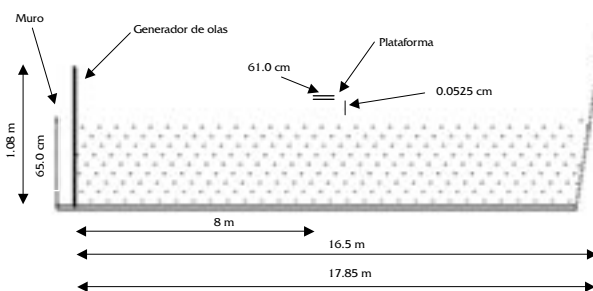


Figure 2: Configuración inicial de las partículas fluidas y de contorno usada en el método SPH para reproducir el montaje experimental mostrado Fig. 1.

### Condiciones de contorno

Tal como se ha comentado anteriormente, se consideraron partículas de contorno tipo III para realizar las simulaciones numéricas. Sin embargo, dependiendo del tipo de contorno existen ciertas diferencias en su tratamiento:

#### Partículas fijas

Estas partículas incluyen el fondo y las paredes que tienen velocidad nula durante el cálculo. Estas paredes se construyeron mediante dos líneas de partículas situadas en una malla descentrada con  $dx = dy = 3.50$  cm, permaneciendo sus posiciones y velocidades constantes durante el cálculo ( $\mathbf{V}^{fija}(t) = 0$  y  $\mathbf{r}^{fija}(t) = \mathbf{r}^{fija}(0)$ ).

#### Partículas de la plataforma

Estas partículas se situaron inicialmente en una línea horizontal simple con  $dx = 3.50$  cm, siendo su posición y velocidad constantes durante el cálculo. Estas partículas, las cuales constituyen la plataforma y, por tanto, la zona donde la ola golpea con mayor fuerza, sufren la aparición de importantes gradientes de densidad, que se transmiten inmediatamente en fuertes gradientes de presión. Para minimizar este efecto, se consideró una función de recuperación, de tal forma que se suavizasen las fuertes desviaciones con respecto a la densidad de referencia ( $\rho_0$ ):

$$\rho_a = \rho_{calc} + \frac{dt}{T_{relajacion}} (\rho_{imp} - \rho_{calc}) \quad (18)$$

donde  $\rho_{calc}$  se calculó mediante la ecuación de continuidad,  $\rho_{imp}$  es la densidad de referencia ( $\rho_0$ ),  $dt$  es el paso temporal del cálculo y  $T_{relajacion} = dt/0.3$ , fija la escala temporal en la que el valor calculado tiende al valor impuesto. Tras esta corrección, la presión se recalcula mediante la ecuación de estado (14).

#### Partículas del generador de olas

Estas partículas se colocaron inicialmente en dos líneas descentradas con  $dx = 1.75$  cm y  $dy = 1.17$  cm, siendo su posición y velocidad impuestas externamente en cada paso de tiempo a fin de reproducir el movimiento del generador de olas dado en Cox y Ortega (2002). Tal como se describió anteriormente, esta función está constituida por diferentes ciclos sinusoidales con diferentes frecuencias y amplitudes,

lo que puede generar inestabilidades en el momento de la transición entre ciclos. En particular, la existencia de rápidas variaciones en velocidad genera grandes aceleraciones que se traducen en fuerzas intensas, las cuales deben evitarse mediante una función de suavizado. Así, si el generador de olas se mueve con amplitud  $A_i$  y frecuencia  $f_i$  en el intervalo  $t \in [t_i, t_{i+1}]$ , y con amplitud  $A_{i+1}$  y frecuencia  $f_{i+1}$  en el intervalo  $t \in [t_{i+1}, t_{i+2}]$ , para cualquier  $t$  entre  $(t_i + t_{i+1})/2$  y  $(t_{i+1} + t_{i+2})/2$ , el movimiento de pistón del generador en la dirección  $X$  vendrá dado por

$$x_p(t) = smf_1(t)A_i \sin(f_i(t - t_i)) + smf_2(t)A_{i+1} \sin(f_{i+1}(t - t_{i+1})) \quad (19)$$

$$v_p(t) = smf_1(t)A_i f_i \cos(f_i(t - t_i)) + smf_2(t)A_{i+1} f_{i+1} \cos(f_{i+1}(t - t_{i+1})) \quad (20)$$

donde  $smf_1$  y  $smf_2$  son las funciones de suavizado

$$smf_1(t) = 0.5(-\tanh((t - t_{i+1})v) + 1) \quad (21)$$

$$smf_2(t) = 0.5(\tanh((t - t_{i+1})v) + 1) \quad (22)$$

con  $v = \max(f_i, f_{i+1})$ . Así, cuando  $(t_{i+1} - t)v \gg 0$ ,  $smf_2(t)$  es casi nula y  $smf_1(t)$  próxima a 1; y cuando  $(t - t_{i+1})v \gg 0$ ,  $smf_2(t)$  es próxima a 1 y  $smf_1(t)$  casi nula. Sólo cerca de la transición  $((t - t_{i+1})v \approx 0)$  ambas funciones tienen un peso comparable. La figura 3 muestra la evolución de la posición del generador de olas en el tiempo (a) y su velocidad (b), no observándose importantes variaciones en la velocidad durante la transición.

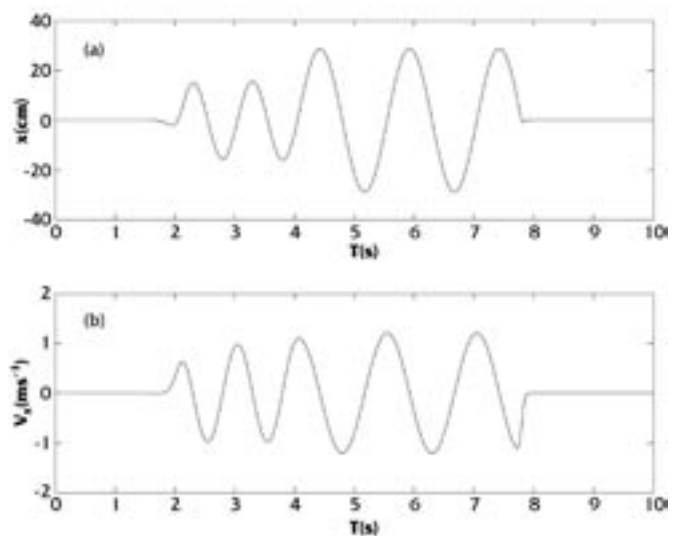


Figura 3. Señal del generador de olas, correspondientes a: (a) desplazamiento horizontal; (b) Velocidad horizontal.

## Método de cálculo y visualización de datos

Para el cálculo se utilizó un esquema predictor- corrector similar al descrito por Monaghan (1989), utilizando un paso temporal fijo,  $\Delta t = 4 \times 10^{-4}$  s, el cual es lo suficientemente pequeño para satisfacer la condición de Courant y controlar la estabilidad de los términos de fuerza y viscosidad (Monaghan, 1992).

Para determinar la superficie libre durante el cálculo se utilizó el siguiente método. Se colocó un medidor de presión virtual en una cierta posición,  $x_b$ , y a una cierta altura,  $y_b$ , muy por encima de la previsible superficie del agua. A continuación se calculó toda la masa de agua situada en las proximidades de ese punto,  $b$ , usando la definición de kernel mediante la fórmula

$$m_b = \sum_a m_a \left( \frac{W_{ab} m_a}{\rho_a} \right) \quad (23)$$

la cual tiene en cuenta la masa de todas las posibles partículas,  $a$ , en las proximidades de ese punto.

Si la masa obtenida sobrepasa un cierto valor de referencia,  $m_{ref}$ , se considera que la superficie libre está situada en  $y_b$ , si no, se genera una nueva posición reduciendo la anterior en  $\Delta y = h/50$ . El proceso se itera hasta llegar a la superficie libre, con lo que la precisión es del orden  $O(h/50)$ .

Al igual que en el experimento previamente descrito, las velocidades se calcularon en el extremo anterior de la plataforma,  $x = 8.0$  m, considerando diferentes alturas,  $y_b$ , desde el fondo del tanque y espaciadas en  $\Delta y = 0.02$  cm. La velocidad en cualquier punto  $b$  se calculó teniendo en cuenta la velocidad de todas las partículas,  $a$ , en sus proximidades mediante:

$$V_b = \frac{\sum_a V_a W_{ab}}{W_{ab}} \quad (24)$$

## Resultados

La Figura 4 muestra la comparación entre la posición de la superficie libre experimental y la numérica, calculadas ambas sin la plataforma.

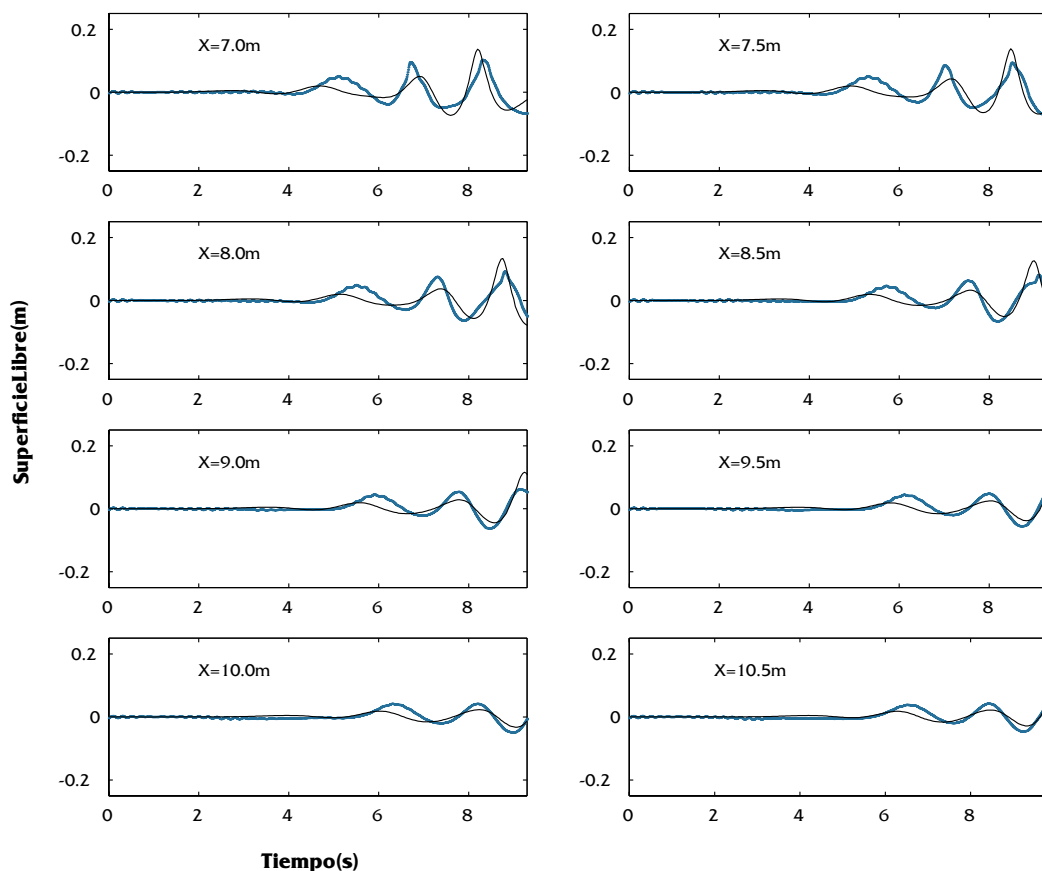


Figura 4. Altura de la superficie libre medida sin plataforma. Se compara la señal numérica (línea oscura) y la experimental (línea clara).

Las ocho subfiguras corresponden a diferentes posiciones desde  $x=7.0$  m hasta  $x=10.5$  m, medidas desde la posición del generador de olas en reposo. Tal como se comentó anteriormente,  $x=8.0$  m corresponde a la parte frontal de la plataforma. En general, la concordancia entre ambas señales es bastante buena, tanto en fase como en amplitud, las mayores discrepancias corresponden a los primeros instantes de la simulación, puede verse, por ejemplo, cómo la primera onda numérica, cuyo máximo aparece en  $t=5.0$  s en el primer recuadro, se retrasa con respecto a la experimental. Este efecto es principalmente debido al comportamiento del generador de olas durante su tiempo de arranque, donde las rápidas aceleraciones dan lugar a un cierto chapoteo. Además, la altura de la onda más alta es ligeramente menor en el cálculo numérico, probablemente debido al empleo de un filtro pasa baja en el tratamiento de la señal, lo que tiende a redondearla y suavizarla en exceso.

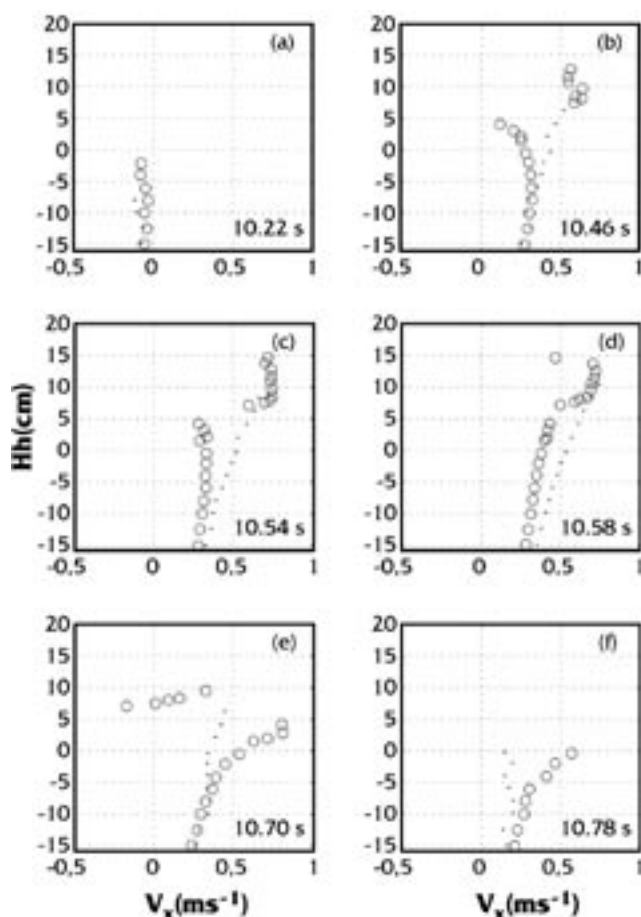


Figure 5: Velocidad horizontal medida experimentalmente a diferentes alturas bajo y sobre la plataforma (sin plataforma (•) y con plataforma (o)). Las velocidades se midieron en el borde anterior de la plataforma ( $x = 8.0$  m).

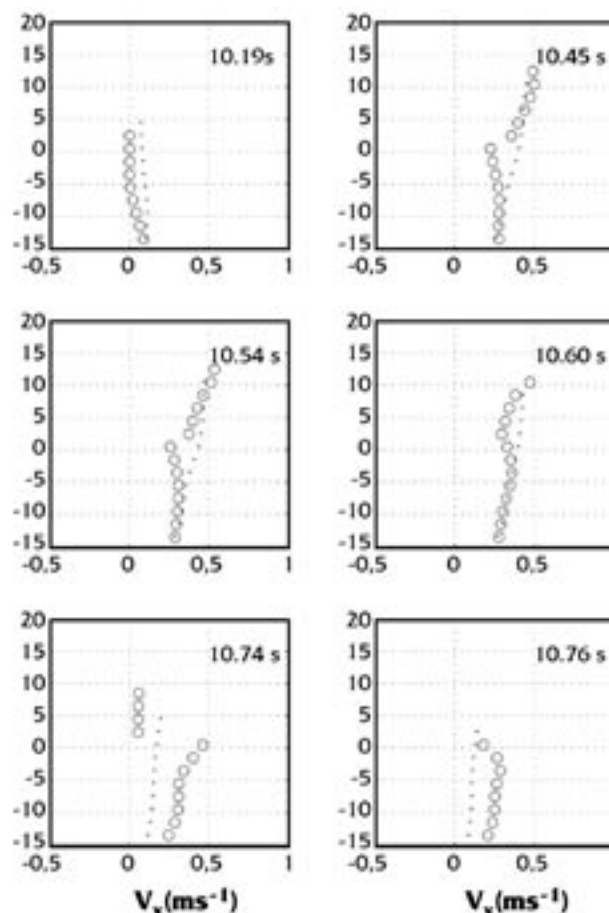


Figure 6: Velocidad horizontal medida numéricamente a diferentes alturas bajo y sobre la plataforma (sin plataforma (•) y con plataforma (o)). Las velocidades se midieron en el borde anterior de la plataforma ( $x = 8.0$  m), mostrando una buena concordancia con las representadas en la Fig. 6.

En la Figura 5 se ve la velocidad horizontal a diferentes alturas correspondiente al experimento de Cox y Ortega (2002) (se representan seis de los doce instantes presentes en la Figura 5 de su artículo). Los valores calculados sin plataforma se denotan con (•) y los calculados con plataforma con (o). La velocidad horizontal ( $v_x$ ) sin plataforma es máxima en la superficie libre y disminuye monótonamente con la profundidad. Tras la colocación de la plataforma, esa velocidad abandona su comportamiento monótono. En  $t = 10.22$  s, la ola aún no ha alcanzado la plataforma y es similar en ambos casos. En  $t = 10.46$  s, se observa el comienzo de la separación del flujo en el caso con plataforma, alcanzando su máxima diferencia en  $t = 10.54$  s, donde la velocidad horizontal es próxima a  $0.7 \text{ ms}^{-1}$  y casi uniforme en cualquier punto sobre la plataforma. Por debajo de ésta, las velocidades son considerablemente menores que en el caso sin plataforma.

En la parte superior puede observarse como la velocidad horizontal disminuye,  $t = 10.58$  s, e incluso se invierte en  $t = 10.70$  s, mientras que en la parte inferior la velocidad alcanza un máximo en  $t = 10.70$  s. Finalmente, en  $t = 10.78$  s, la ola ya ha sobrepasado el obstáculo y se recupera la continuidad del flujo.

La Figura 6 corresponde a la velocidades horizontales calculadas con el SPH para reproducir los resultados experimentales mostrados en la figura previa, manteniendo el mismo criterio para los valores con (o) y sin plataforma (●). En  $t = 10.19$  s, la ola aún no ha alcanzado el obstáculo, siendo el perfil similar en ambos casos. En  $t = 10.45$  s, se observa la separación del flujo en el caso sin plataforma, alcanzando la máxima separación en  $t = 10.54$  s, donde la velocidad en la parte superior es próxima a  $0.7 \text{ ms}^{-1}$ . En  $t = 10.60$  s puede observarse cómo la velocidad decrece sobre la plataforma y se invierte en  $t = 10.74$  s, mientras que, bajo la plataforma, la velocidad máxima se alcanza en  $10.74$  s. Finalmente, en  $t = 10.78$  s, la ola ya ha sobrepasado el obstáculo y se recupera la continuidad del flujo como en el caso anterior.

A pesar de la gran similitud entre ambas figuras, las velocidades máximas son ligeramente menores en el caso numérico, posiblemente debido a que las velocidades se calculan a partir de la definición de *kernel*, mediante la ecuación (24), la cual promedia la amplitud en las proximidades del punto de medida, lo que tiende a disminuir los valores más altos.

## Estudio de rebase por olas mucho mayores que la plataforma

Una vez calibrado el modelo para probar que es capaz de reproducir tanto cualitativa como cuantitativamente el rebase de una estructura horizontal por una ola, se aborda el estudio del paso de una ola de grandes dimensiones sobre la plataforma. En este caso, se observará la separación del flujo y posterior continuidad tal como se comentó en las anteriores subsecciones pero, además, se verá la formación de un considerable chorro en la parte trasera del obstáculo, debido al choque del fluido que avanza por la parte superior de la plataforma con el que ha pasado por la parte inferior.

Para la descripción del consiguiente experimento numérico, en la siguiente sección se hará un breve resumen de las condiciones numéricas utili-

zadas, las cuales son, básicamente, las empleadas en las anteriores subsecciones, por lo que sólo se hará hincapié en aquéllas que son distintas.

## Condiciones del cálculo

Los únicos cambios cuantitativos se refieren a las dimensiones del tanque y al movimiento del pistón. En este nuevo caso, el tanque medía 9 m, siendo la distancia entre el extremo anterior de la plataforma y el generador de olas en reposo de 2 m, mientras que el pistón siguió un movimiento periódico con  $T = 2$  s y amplitud  $A = 0.25$  m. Así, el número total de partículas fue 9283, de las cuales 819 correspondían a los contornos.

## Resultados

El movimiento del pistón anteriormente descrito dio lugar a una ola que rebasa la plataforma, tal como se muestra en la Figura 7 en la región próxima a la plataforma. La columna izquierda corresponde a la posición de las partículas en diferentes momentos durante el proceso de rebase, mientras que la derecha representa la velocidad de las partículas. Además, la fila inferior corresponde a la presión medida en la parte trasera de la plataforma, la cual se calculó promediando la presión medida en las dos últimas partículas de la plataforma (debe notarse que ésta consta de 20 partículas, por lo que la región promediada es un 10% de su dimensión). Entre los diferentes instantes de tiempo calculados, se han marcado con un círculo aquéllos que corresponden a las subimágenes anteriores. En  $t = 3.15$  s, la ola comienza a avanzar sobre la plataforma y el flujo se ve acelerado en las proximidades de la cresta de la ola. En  $t = 3.27$  s, el flujo se ha dividido en dos y la parte que se propaga por debajo de la estructura alcanza su extremo posterior, lo que corresponde al primer pico de presión (el más alto) observado en la parte trasera del obstáculo. En  $t = 3.39$  s, la parte del flujo que avanza sobre la plataforma llega a su parte final, dando lugar al segundo pico de presión. La aparición del chorro puede verse tanto en la representación en partículas como en velocidades. En  $t = 3.45$  s, se produce la colisión entre el fluido que ha pasado por ambas partes del obstáculo dando lugar a la formación de un chorro, tal como se ve claramente en la representación en velocidad, donde se observan importantes velocidades verticales cerca del extremo posterior del obstáculo. A partir de ahí, la ola generada por el chorro avanza con una velocidad dirigida principalmente en la dirección horizontal ( $t = 3.53$  s).



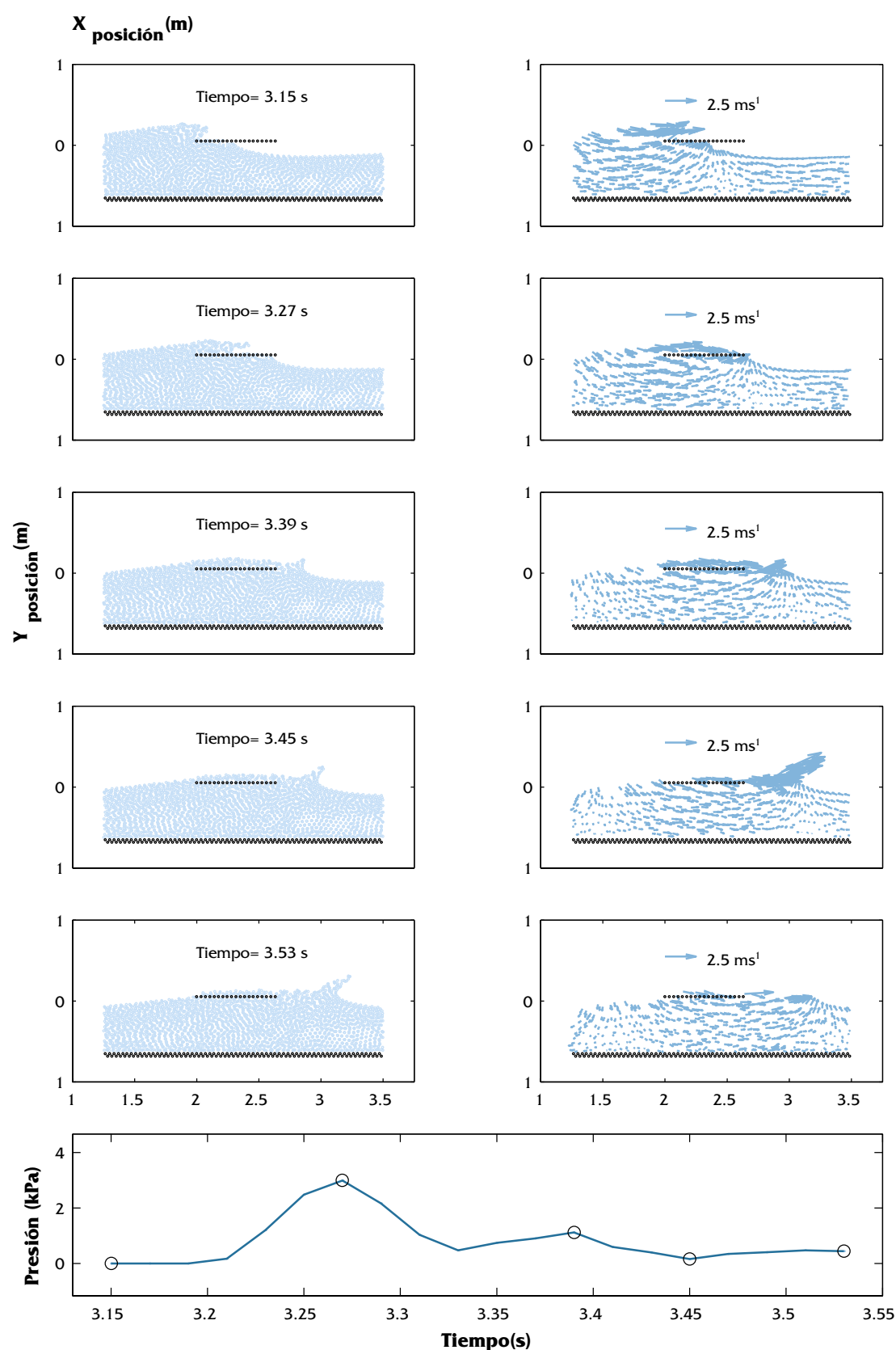


Figura 7. Rebase y formación de un chorro. La columna izquierda representa la posición de las partículas, la derecha las velocidades en los mismos instantes de tiempo y la fila anterior la presión medida en la parte posterior de la plataforma, donde los círculos corresponden a aquellos instantes mostrados en las columnas previas, los cuales corresponden a: separación del flujo ( $T=3.15 \text{ s}$ ); llegada del agua propagándose bajo la plataforma al extremo posterior ( $T=3.27 \text{ s}$ ); llegada del agua propagándose bajo la plataforma al extremo posterior, inicio de la formación del chorro ( $T=3.39 \text{ s}$ ); jet formación del chorro ( $T=3.45 \text{ s}$ ) y movimiento del fluido tras sobrepasar la plataforma ( $T=3.53 \text{ s}$ ).

La velocidad observada sobre la plataforma puede compararse con la expresión correspondiente a un *dam break*. Teóricamente, la velocidad de la parte frontal de un *dam break* es  $V_f = 2\sqrt{gH_0} = 2.88 \pm 0.07 \text{ ms}^{-1}$ , donde  $H_0$  es la altura de la ola sobre la plataforma ( $H_0 = 0.211 \pm 0.006 \text{ m}$ ). La velocidad numéricamente calculada correspondiente a la parte frontal del fluido avanzando sobre la plataforma es ( $V_n = 2.99 \pm 0.06 \text{ ms}^{-1}$ ), lo que coincide con la predicción teórica.

Para observar la formación del chorro justamente tras sobrepasar la plataforma, en la Figura 8 se representan las alturas alcanzadas por la ola, tanto antes como sobre y después de sobrepasar la plataforma, la cual se representa por un línea horizontal oscura en la parte inferior de la figura. Justo antes de alcanzar la plataforma, la ola alcanza alturas próximas a 0.35 m, las cuales disminuyen rápidamente conforme la ola sobrepasa la estructura, alcanzando un mínimo alrededor de 0.15 m cerca de la parte posterior. Tras sobrepasar la parte posterior de la estructura, la superficie libre experimenta un repentino ascenso, con una pendiente incluso mayor que la asociada al descenso previo, alcanzando una altura próxima a 0.35 m.

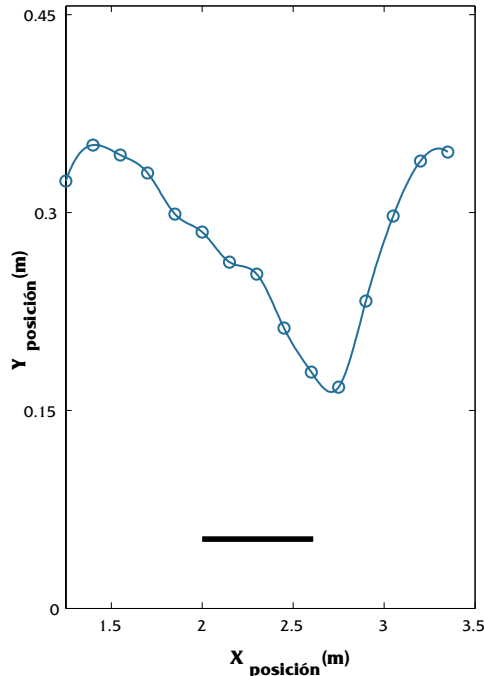


Figure 8. Altura máxima del agua en las proximidades de la plataforma. El frente llega a una altura de 0.35 m justo antes de alcanzar la plataforma, decreciendo de forma significativa conforme avanza sobre ella y creciendo repentinamente tras sobrepasarla. La línea continua en la parte inferior de la figura representa la plataforma.

Para el estudio del mecanismo generador del chorro observado en las Figs. 7- 8 se diseñó el siguiente experimento: Bajo las mismas condiciones experimentales anteriormente descritas, se colocó un obstáculo en la parte superior de la plataforma, de tal forma que impidiese al agua que circula sobre ésta alcanzar el extremo posterior. Bajo estas condiciones, se pudo también observar la presencia de un chorro, debido al agua circulando bajo la plataforma, una vez que se libera de esa constricción. Sin embargo, la altura del chorro es un 33% menor que en el caso previo. De esto puede inferirse que hay dos mecanismos que contribuyen en la formación del fenómeno, por un lado, el agua que ha pasado bajo la estructura sometida a una cierta constricción se ve instantáneamente liberada, con lo que tiende a subir y, por otro, cuando esta agua encuentra la que ha circulado sobre la estructura el fenómeno se ve reforzado.

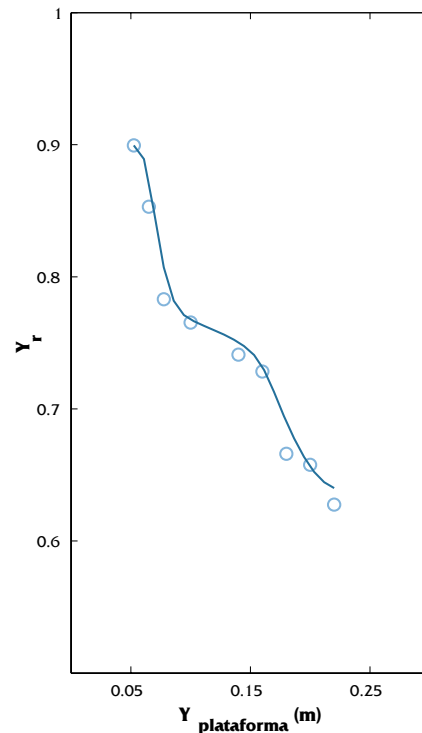


Figura 9. Disminución de la altura relativa ( $Y_r$ ) del chorro en función de la distancia entre la plataforma y la superficie del agua en reposo. Todas las simulaciones se realizaron con un desplazamiento sinusoidal del pistón de amplitud 0.25 m y periodo 2 s.

Finalmente, la formación del chorro depende de la elevación de la estructura sobre la superficie libre en reposo, tal como muestra la Fig. 9, donde la amplitud relativa,  $Y_r$ , definida como el cociente entre la altura del chorro y la altura de la ola incidente decrece al aumentar la distancia entre la plataforma y la superficie libre en reposo.

## APLICACIÓN 3D: COLISIÓN DE UNA OLA CON UNA ESTRUCTURA VERTICAL

### El fenómeno

La protección de construcciones costeras frente al impacto de grandes olas es de vital importancia en ciertas zonas del litoral. Los Tsunamis pueden ser modelados en mar abierto por medio de la teoría de olas en aguas poco profundas. Sin embargo, conforme se van acercando a la costa o cuando inundan zonas anteriormente secas, la interacción de la ola con la topografía y con las diferentes estructuras costeras hace el flujo tridimensional. La simulación de este tipo de flujos es una ardua tarea, la cual sólo puede ser acometida mediante un alto costo computacional, lo que hace que este tipo de fenómenos no pueda ser estudiado en tiempo real, al menos con la actual tecnología, ante la inminente arribada de un evento de este tipo. De esta forma, el estudio de diferentes escenarios de colisión entre grandes olas y estructuras costeras, así como las diferentes formas de protección de estas estructuras, constituye un activo campo de investigación. Para el estudio de las fuerzas ejercidas por tsunamis sobre estructura costeras, se han utilizado diferentes modelos numéricos. Así, por ejemplo, se ha utilizado el modelo bidimensional COBRAS (Cornell Breaking waves and Structures model) para estudio de la interacción entre olas rompientes. Mediante este modelo se han comparado de forma exitosa el campo de velocidades, la altura de superficie libre y las presiones sobre el rompeolas medidas experimentalmente (Sakakiyama and Liu, 2001) con las generadas por el modelo (Hsu et al., 2002). Por otro lado, también se han utilizado numerosas simulaciones de la interacción entre una ola solitaria y una estructura alta y fina (ver <http://engr.smu.edu/waves/solid.html>) por parte de P. Raad de la Southern Methodist University, mediante su método tridimensional *Eulerian-Lagrangian Marker and Micro Cell* (ELMMC-3D) (Chen et al 1997).

### El experimento

Para el estudio de la colisión entre una ola solitaria y una estructura vertical se consideró como punto de partida el experimento realizado por Yeh y Petroff en la University of Washington. El experimento es básicamente un *dam break* confinado en una caja rectangular (Fig. 10) de 160 cm de longitud, 61 de ancho y 75 cm de alto. El agua se situó inicialmente detrás de una compuerta en un extremo de la caja,

ocupando un volumen de 40 cm de longitud por 61 cm de ancho y 30 cm de alto, estando la estructura de 12 cm x 12 cm x 75 cm situada a 50 cm de la compuerta y a 24 cm de la pared del contenedor más próxima. Debido a dificultades experimentales para un total secado del fondo del tanque, existía una fina capa de agua de aproximadamente 1 cm de espesor en la zona del tanque situada más allá de la compuerta

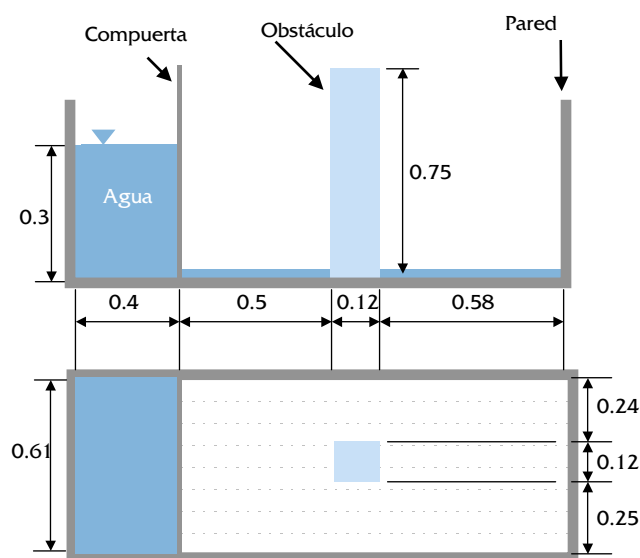


Figura 10. Planta y alzado del experimento de Yeh y Petroff representando un dam break.

Los autores del experimento midieron la velocidad del agua mediante un Velocímetro Láser-Doppler (LDV) en el punto situado en el punto (75.4 cm, 31 cm, 2.6 cm) en el sistema de referencia del tanque, lo que coincide con un punto centrado y anterior a la estructura, en la dirección de avance del agua. Además, se midió la fuerza ejercida sobre la estructura mediante un sensor de presión. Estos datos se habían empleado en una comparación previa con simulaciones numéricas realizadas por Peter Raad mediante ELMMC-3D (Chen et al 1999). Tanto los datos como las comparaciones pueden verse en <http://engr.smu.edu/waves/solid.html>.

### Calibración

A continuación se resumirán las condiciones particulares consideradas en el modelo SPH para la simulación del experimento anteriormente descrito.

## Parámetros del modelo

Se consideró un kernel definido por una función *spline* cúbica tridimensional como la descrita en la ecuación (9), considerando una longitud de suavizado de  $h = 0.0331$  m

Al igual que en el caso 2D, el parámetro B en la ecuación de estado se eligió para garantizar que la velocidad del sonido fuese, al menos, 10 veces mayor que las velocidades presentes en el modelo, por lo cual se consideró  $B=100gH\rho_0/\gamma$ , siendo H, en este caso, la altura inicial del agua contenida detrás de la compuerta (30 cm).

La ecuación de viscosidad (11) se calculó tomando  $\alpha=0.01$  y  $\beta=0$ . Además, las partículas se movieron usando la corrección XSPH (Monaghan, 1989) descrita por la ecuación (16) con  $\epsilon=0.5$ .

## Condiciones iniciales

Las partículas se colocaron inicialmente en una malla descentrada como la descrita anteriormente con  $dx = dy = dz = 2.25$  cm, siendo su velocidad inicial nula y su densidad de referencia  $\rho_0 = 1000$ . Esta densidad se corrigió en función de la profundidad siguiendo la ecuación (17).

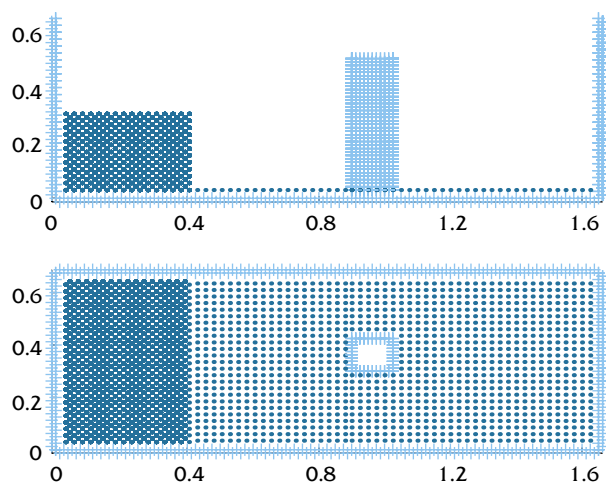


Figura 11. Configuración inicial de las partículas fluidas y de contorno usada en el método SPH para reproducir el montaje experimental mostrado Fig. 10.

Las condiciones iniciales, Figura (11), se ajustaron para reproducir el montaje experimental anteriormente descrito, considerando un tanque de 166 cm de longitud, 67 cm de ancho y 65 cm de alto. Este tanque es ligeramente más largo, más ancho y más bajo que el experimental.

La elección de un tanque un poco más largo y ancho se debe al tamaño finito de las partículas ( $h = 3.31$  cm), de tal forma que éstas no se aproximan hasta exactamente la pared, sino que son repelidas a una distancia del orden de  $h$ . Así, el volumen de agua inicialmente contenido detrás de la compuerta era de 40 cm x 61 cm x 30 cm, coincidiendo con el experimental. Con respecto a la altura del tanque, éste se eligió considerablemente más bajo que el experimental, consiguiendo un importante ahorro en el número de partículas a tratar y, por tanto, en los tiempos de ejecución. Esto no tuvo ningún efecto en el resultado de los cálculos, ya que el agua nunca se acercó siquiera al borde del tanque. Finalmente, la estructura considerada tenía unas dimensiones de 12 cm x 12 cm x 50 cm y se colocó a la misma distancia relativa, con respecto a la compuerta, que la experimental. Una vez más, la altura de la estructura es bastante menor que la experimental, consiguiendo un importante ahorro computacional sin efectos sobre el cálculo, ya que el agua nunca sobrepasó los 40 cm en las proximidades de la estructura. También, para conseguir un ahorro computacional, la estructura se consideró hueca, aunque con una interdistancia entre partículas  $dx'=dy'=dz'=1.125$  cm aún más fina que la correspondiente al resto de las partículas, a fin de impedir la penetración de las partículas fluidas.

Con estas condiciones, el número de partículas fue superior a 34000, de las cuales alrededor de 15000 eran partículas de contorno, bien en la estructura, bien en las paredes y fondo.

## Condiciones de contorno

Tal como se comentó anteriormente, se consideraron partículas de contorno tipo III para realizar las simulaciones numéricas. Una vez más, las partículas contorno se simulaban mediante dos líneas de partículas, colocadas de forma descentrada.

## Método de cálculo y visualización de datos

Para el cálculo se utilizó un esquema predictor-corrector similar al descrito por Monaghan (1989), utilizando un paso temporal fijo,  $\Delta t = 4 \times 10^{-4}$  s, el cual es lo suficientemente pequeño para satisfacer la condición de Courant y controlar la estabilidad de los términos de fuerza y viscosidad (Monaghan, 1992).

Para representar los diferentes campos, además de la forma usual, mediante partículas simples, se puede utilizar una representación promediada sobre una hipotética malla.

Debe hacerse notar que las variables se asocian a cada punto de esa malla, usando en el promedio la definición de kernel, pero que esa malla es totalmente ficticia, en el sentido que no ha sido utilizada en ningún momento durante el cálculo, el cual fue totalmente lagrangiano. Así, por ejemplo, la masa puede calcularse en cada punto  $b$  de la malla mediante:

$$M_b = \sum_a m_a \frac{W_{ab}}{\rho_a} \quad (25)$$

donde  $M_b$  es la masa promediada en el punto de malla  $b$ ,  $m_a$  la masa de la partícula  $a$  en el vecindario de  $b$ ,  $W_{ab}$  el kernel y  $\rho_a$  la densidad de la partícula  $a$ .

Para la comparación con la velocidad del fluido en el punto, el cual no corresponde a la posición efectiva de ninguna partícula, se interpoló el campo de velocidades en sus alrededores mediante:

$$V_b = \sum_a v_a \frac{W_{ab}}{\rho_a} \quad (26)$$

donde, de nuevo,  $b$  es un punto ficticio y  $a$  representa cualquier partícula en su vecindario. Tal como se consideró para la masa, las variables en mayúsculas corresponden a valores promediados y en minúsculas a valores medidos. Finalmente, la presión sobre la estructura se calculó como la suma de presiones correspondientes a todas las partículas que forman la parte frontal de la estructura, las cuales están situadas de forma regular.

## Resultados

La Figura 12 muestra la evolución de una ola solitaria, la cual, como se mencionó anteriormente, consiste básicamente en un *dam break* en un medio. En  $t=0.0$  s se ve la configuración inicial, mostrando cómo existe una acumulación de agua detrás de la compuerta y una fina capa de agua que cubre el suelo en el resto del medio. En el siguiente fotograma,  $t=0.36$  s, la ola colisiona con la parte frontal de la estructura, la cual sobrepasa por ambos lados como se ve a  $t=0.45$  s. Posteriormente, en  $t=0.60$  s, las ramas de fluido que han circulado por ambos lados de la estructura colisionan y se mueven como un todo hacia el extremo lejano del tanque.

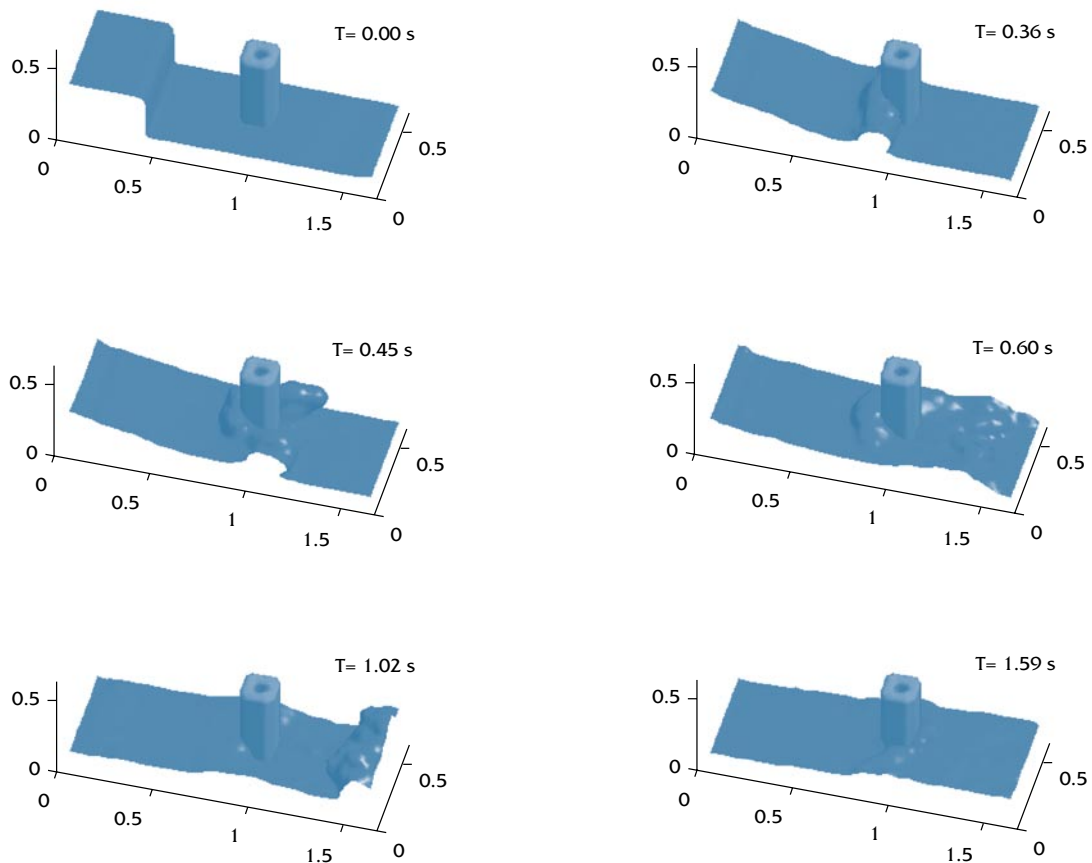


Figura 12: Evolución de la ola. (T=0.0 s) configuración inicial; (T= 0.36 s) la ola golpea la parte frontal de la estructura; (T= 0.45 s) la ola pasa alrededor del obstáculo; (T= 0.60 s) ambas partes de la ola colisionan tras sobrepasar el obstáculo; (T= 1.02 s) la ola choca con la pared opuesta del tanque; (T= 1.59 s) la ola reflejada colisiona con la parte posterior de la estructura.



En  $t = 1.02$  s, la ola, la cual ha alcanzado el final del tanque, se refleja y comienza a avanzar en la dirección opuesta. Finalmente, en  $t = 1.59$  s, la ola reflejada golpea la parte posterior de la estructura.

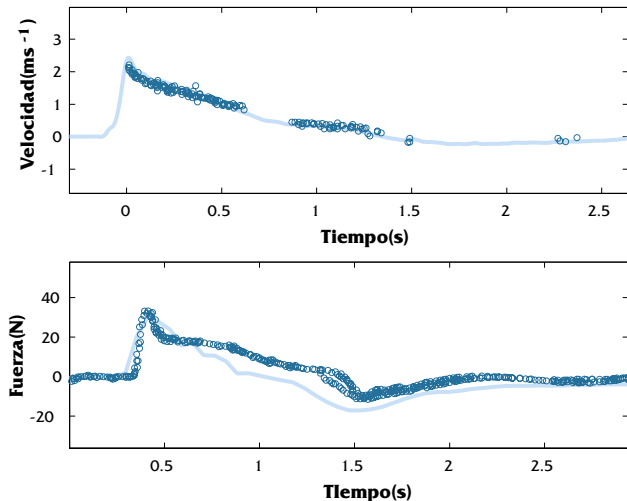


Figura 13. Comparación entre datos numéricos (línea) y experimentales (puntos). Tanto la velocidad medida delante de la estructura (a) como la fuerza ejercida por la ola sobre la estructura (b) coinciden en el caso numérico y experimental.

La Figura 13 muestra la coincidencia entre los resultados experimentales y los numéricos obtenidos mediante SPH3D. La Fig. 13a, muestra cómo la velocidad numérica (línea continua), calculada mediante la Ec. (26), sigue perfectamente los datos experimentales representados por puntos. Tal como se mencionó anteriormente, el punto de medida está situado justo delante de la estructura. En la Fig. 13b se compara la fuerza ejercida por la ola sobre la estructura tanto numérica como experimental, mostrando un buen ajuste entre ambas, especialmente en la posición de los picos que representan la colisión de la ola con la parte frontal (Fig. 12b) y trasera (Fig. 12e) de la estructura. El valor numérico se calculó a partir de la presión, la cual se midió tal y como se comentó anteriormente, multiplicándose posteriormente por el área correspondiente a cada punto (un cuadrado de  $dy' \times dz'$ ). A cada valor se le asignó una dirección, de tal forma que las fuerzas ejercidas en la dirección  $X^+$  se consideraron positivas.

Cabe destacar la forma de la ola en su parte anterior, ya que no corresponde a la típica forma esperable en un *dam break*, sino que parece como si el agua que ha sido liberada al abrir la compuerta golpease la fina capa de agua que se encontraba en el suelo de todo el tanque, dando lugar al levantamiento del frente de ola. Los resultados serían diferentes en

el caso en el que el suelo hubiese sido previamente secado. En la Fig. 14 se puede observar una visión lateral del frente de ola en un experimento con el fondo seco. En este caso, la forma del frente corresponde a la típica en un *dam break*. La Fig. 15 corresponde exactamente a los mismos instantes de tiempo, pero considerando el suelo mojado, tal como sucedía en el caso experimental. Para distinguir las partículas situadas inicialmente tras la compuerta de las pertenecientes al suelo mojado, ambas fueron rotuladas de diferente color (en verde las del suelo y en negro las otras). Así, puede observarse cómo la parte frontal del agua empuja las partículas del suelo, las cuales se levantan y constituyen la mayor parte del frente de la ola, que es el que golpea la estructura.

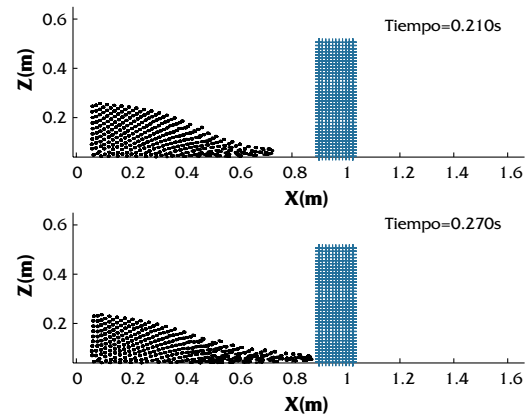


Figura 14: Diferentes momentos de la propagación de la ola sobre un suelo inicialmente seco. Esta visión lateral muestra como el agua (puntos) propaga hacia la estructura vertical (cruces).

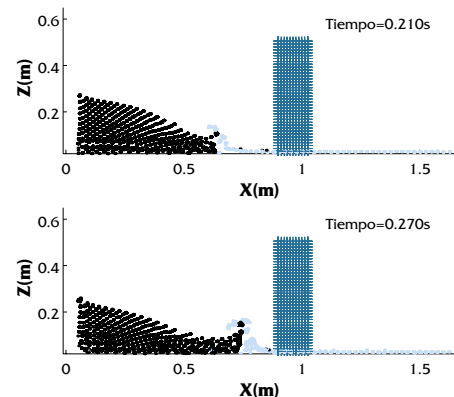


Figura 15. Diferentes momentos de la propagación de la ola sobre un suelo inicialmente mojado. Esta visión lateral muestra como el agua (puntos) propaga hacia la estructura vertical (cruces). Los puntos negros representan partículas fluidas inicialmente situadas detrás de la compuerta y los verdes corresponden al agua inicialmente colocada sobre el suelo mojado. Cerca del obstáculo,  $T = 0.27$  s, la mayor parte de las partículas que constituyen el frente corresponden al agua situada inicialmente sobre el suelo mojado.

La forma de la parte frontal de la ola está relacionada con la distribución de fuerzas cuando ésta colisiona con el obstáculo como se muestra en la Fig. 16. En ambos casos se considera el instante correspondiente al máximo de fuerza sobre la estructura cuando la ola golpea su parte frontal. Cuando el suelo está inicialmente seco (cruces) el mayor porcentaje de la fuerza actúa sobre la base de la estructura, de hecho más del 95 % de la fuerza se ejerce sobre los 0.1 m inferiores, mientras que, cuando el suelo está inicialmente mojado (puntos), la distribución es más gradual en toda la columna, encontrándose el máximo en la zona comprendida entre 0.1 y 0.2 m.

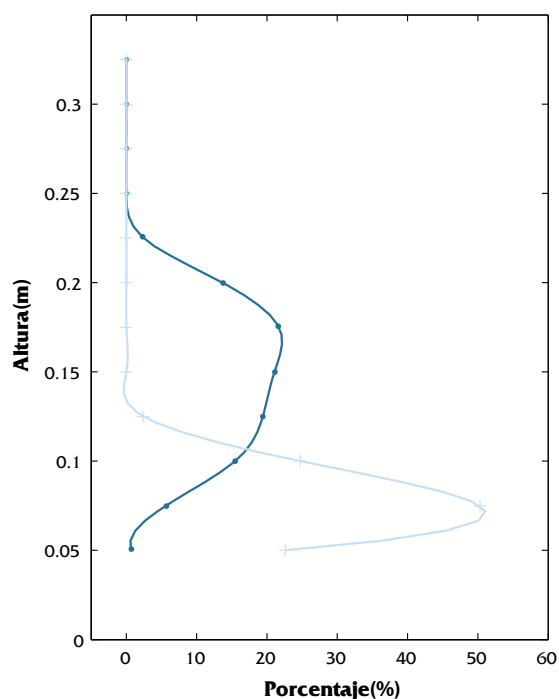


Figura 16: Distribución vertical de la fuerza ejercida sobre la parte frontal de la estructura en el momento de choque entre la ola y la estructura. La mayor parte de la fuerza se ejerce en la zona baja cuando el suelo está inicialmente seco (cruces) y se distribuye a diferentes alturas cuando estaba inicialmente mojado (puntos).

### Diferentes escenarios de protección frente a tsunamis

Tras comprobar que el modelo SPH permite representar cuantitativamente un proceso de colisión entre una ola y una estructura costera, el siguiente paso será el estudio de diferentes escenarios para mitigar esa colisión. Para ello se consideraron tres diferentes tipos de barreras: Un dique y un conjunto de estructuras delgadas, que llamaremos simplemente columnas a partir de ahora.

La figura 17 muestra las dimensiones del tanque computacional y de la estructura. Un esquema de los dos tipos de barrera, tanto en planta como en alzado, puede verse en las figuras 18- 19. El estudio de la capacidad de protección de las diferentes barreras se realizará en función de dos variables, la fuerza ejercida sobre la estructura y el momento. Debe tenerse en cuenta que la fuerza únicamente no determina la validez de un método, ya que, a pesar de que cualquier tipo de barrera puede reducir de forma considerable la fuerza del impacto sobre la estructura, éste puede dirigirse a partes más altas de la estructura, aumentando su capacidad de devastación.

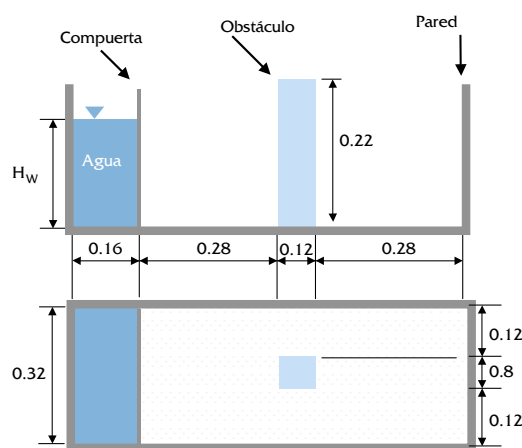


Figura 17. Planta y alzado correspondiente al experimento numérico en el que no se protege la estructura.

Para la descripción del consiguiente experimento numérico, en la siguiente sección se hará un breve resumen de las condiciones numéricas utilizadas, las cuales son, básicamente, las empleadas en las anteriores subsecciones, por lo que sólo se hará hincapié en aquéllas que son distintas.

### Condiciones del cálculo

El cálculo anterior se ha adaptado a un sistema de unas dimensiones menores que las utilizadas en la aplicación previa, tal como se mostró en la figura 17, siendo el esquema análogo al anteriormente descrito. Así, se eligió una separación inicial entre las partículas de  $dx = dy = dz = 0.1$  m, siendo  $h = 0.0147$  m, con lo cual el número de partículas fue del orden de 35000 (el número varía ligeramente dependiendo del tipo de barrera), de las cuales aproximadamente 19000 correspondían a los contornos, a la estructura y a las barreras. El parámetro B en la ecuación de estado se eligió para garantizar que la velocidad del sonido fuese,

al menos, 6 veces mayor que las velocidades presentes en el modelo. La ecuación de viscosidad (11) se calculó tomando  $\alpha = 0.01$  y  $\beta = 0$ . Además, las partículas se movieron usando la corrección XSPH (Monaghan, 1989) descrita por la ecuación (16) con  $\epsilon = 0.5$ .

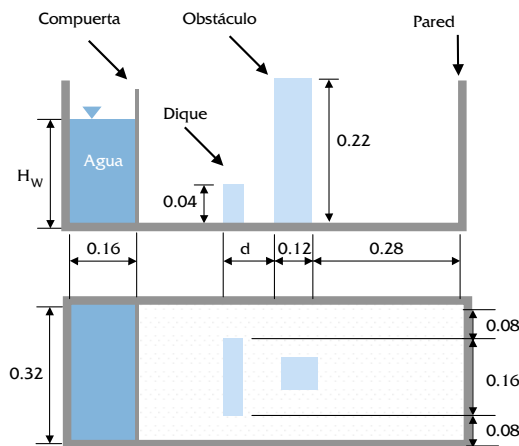


Figura 18. Planta y alzado correspondiente al experimento numérico en el que la estructura se protege con un dique. Se consideró un dique de 4 cm altura, un volumen inicial de agua de altura  $H_w = 16$  cm y una distancia  $d$  variable entre el dique y la estructura.

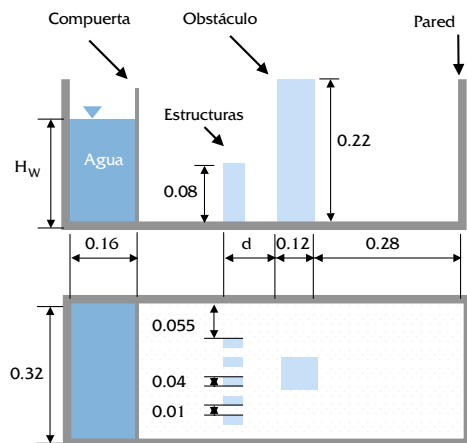


Figura 19. Planta y alzado correspondiente al experimento numérico en el que la estructura se protege con columnas. Se consideraron unas columnas de 8 cm altura, un volumen inicial de agua de altura  $H_w = 16$  cm y una distancia  $d$  variable entre las columnas y la estructura.

Finalmente, para la resolución del modelo se utilizó un esquema predictor- corrector similar al descrito por Monaghan (1989), con un paso temporal fijo,  $\Delta t = 5 \times 10^{-5}$  s

En todos los posibles escenarios se ejecutó con anterioridad el modelo en ausencia de cualquier tipo de protección, caso base a partir de ahora, de forma que tanto los valores de fuerza como de momento en los casos con protección son relativos, los cuales han sido normalizados dividiéndolos por el valor del caso base.

## Resultados

Para la realización de un test preliminar con respecto a la fuerza y momento ejercidos por la ola contra la estructura sin protección, se ejecutó el modelo para diferentes alturas de la ola incidente, la altura del agua situada tras la compuerta en el instante inicial. Tal como era de esperar, ambas magnitudes crecen monótonamente con la altura de la ola (Figura 20).

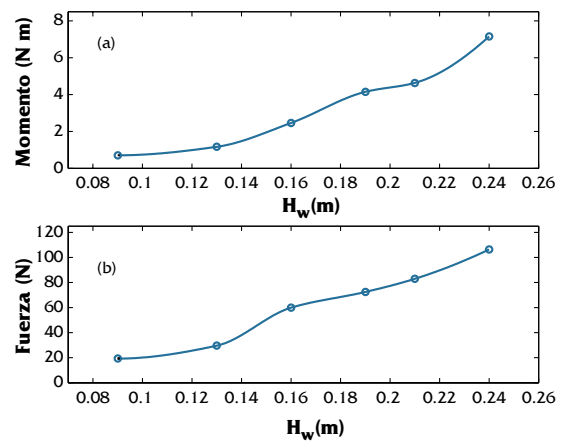


Figura 20: Dependencia de la fuerza (a) y momento (b) ejercidos sobre la estructura sin ninguna protección en función de la altura de ola incidente (de la cantidad de agua inicialmente situada tras la compuerta).

Tras esta comprobación inicial, se ejecutó el modelo para una altura de ola incidente de 0.16 m, considerando diferentes tipos de barrera de protección, así como diferentes distancias entre la barrera y la estructura. La Figura 21 muestra los niveles de protección correspondientes a los distintos tipos de barrera (el dique se marca con círculos y las columnas con cruces). Así, desde el punto de vista del momento ejercido sobre la estructura, Fig 21(a), el dique genera siempre una peor protección, ya que funciona como una rampa que tiende a elevar el punto de impacto, mientras que las columnas generan la mejor protección para cualquier distancia entre la barrera y la estructura. Es importante hacer notar que las columnas son capaces de hacer disminuir el momento de una forma apreciable mientras que el dique genera momentos sobre la estructura considerablemente mayores que en ausencia de protección.

Por otro lado, desde el punto de vista de la fuerza ejercida sobre la estructura, Fig 21(b), las columnas generan una mejor protección para cualquier distancia entre la barrera y la estructura, salvo en las distancias más próximas. En ambos casos, el nivel de protección es alto para cualquier distancia, ya que la fuerza se ve reducida entre un 40 y un 70 % con respecto al mismo medio si protección.

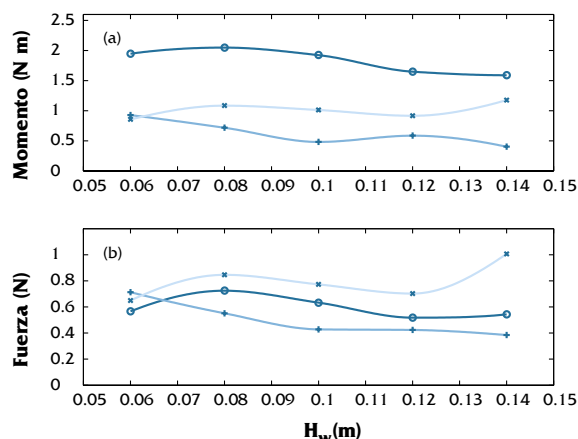


Figura 21: Dependencia de la fuerza (a) y momento (b) ejercidos sobre la estructura en función de las distintas barreras de protección y de su distancia a la estructura. El experimento se realizó considerando una altura de agua detrás de la compuerta de 0.16 m.

## CONCLUSIÓN

Se ha probado que el método SPH puede reproducir tanto cualitativa como cuantitativamente fenómenos de interacción entre estructuras y olas. En particular, se han tratado dos fenómenos de distinta naturaleza, los cuales se han abordado mediante dos versiones del método.

En el primer caso, se ha optado por una versión bidimensional de SPH para el tratamiento de fenómenos de rebase sobre una plataforma flotante. Obviamente, se ha utilizado esta opción para realizar un análisis comparativo con datos experimentales como se describió con anterioridad. Sin embargo, el proceso no es totalmente realista, ya que en el caso de estructuras reales, el flujo puede dividirse de forma más compleja y pasar por encima y debajo de la plataforma, tal como sucede en este caso, así como rodearla, dando lugar a fenómenos de mayor complejidad cuando el flujo recupera su continuidad tras sobrepasar el obstáculo. Para una descripción más completa del fenómeno se debe optar por una versión tridimensional de SPH.

En el segundo caso de estudio se optó por una versión tridimensional de SPH. El fenómeno de avance de una masa de agua inicialmente contenida por una compuerta, *dam break*, puede estudiarse inicialmente mediante un método bidimensional, sin embargo, tras la colisión con una estructura costera o la interacción con una batimetría irregular, el fenómeno es únicamente abordable desde una perspectiva tridimensional como la utilizada.

## REFERENCIAS

- Baarholm, R.J., 2001. Theoretical and Experimental Studies of Wave Impact underneath Decks of Offshore Platforms.
- Batchelor, G. K., 1974. Introduction to fluid dynamics. Cambridge University Press. U.K.
- Benz, W., 1989. Smooth particle hydrodynamics: A review. Numerical Modeling of Stellar Pulsation: Problems and Prospects, (Proceedings of NATO Workshop, Les Arcs, France).
- Benz, W. and Asphaug, E., 1993. Explicit 3D continuum fracture modeling with smoothed particle hydrodynamics. Proceedings of Twenty-fourth Lunar and Planetary Science Conference. Lunar and Planetary Institute, 99-100.
- Benz, W. and Asphaug, E., 1994. Impact simulations with fracture. I. Methods and tests. *Icarus* 107, 98-116.
- Benz, W. and Asphaug, E., 1995. Simulations of brittle solids using smoothed particle hydrodynamics. *Comp. Phys. Comm.*, 87, 253-265.
- Bonet, J. and Kulasegaram, S., 2000. Corrections and stabilization of Smooth Particle Hydrodynamics methods with applications in metal forming simulations. *Intl. J. Num. Meth. Engrng.*, 47, 1189-1214.
- Buchner, B. and Cozijn, J.L., 1997. An investigation into the numerical simulation of green water. MARIN, February 1997.
- Buchner, B. and van Ballegoyen, G., 1997a. Joint Industry Project: F(P)SO Green Water Loading. MARIN, May 1997. Volume A2: Technical Report..
- Buchner, B. and van Ballegoyen, G., 1997b. Joint Industry Project: F(P)SO Green Water Loading. MARIN, May 1997. Volume A3: Scale effect tests.
- Buchner, B. and van Ballegoyen, G., 1997c. Joint Industry Project: F(P)SO Green Water Loading. MARIN, May 1997. Volume C9:
- Buchner, B. and van Ballegoyen, G., 1997d. Joint Industry Project: F(P)SO Green Water Loading. MARIN, December 1997. Volume A1: Discussion Report.
- Cerqueiro, D., Zou, S., Gómez-Gesteira, M., and Dalrymple, R.A. 2004. Boundary conditions generated by static particles in SPH methods. Submitted *J. Comput. Phys.*

- Chen, S., Johnson, D.B., Raad, P.E., and Fadda, D., 1997. The Surface Marker and Micro Cell Method. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 25, 749-778.
- Cox, D. T. and Ortega, J. A., 2002. Laboratory observations of green water overtopping a fixed deck. *Ocean Engng.* 29, 1827-1840.
- Cummins, S. J. and Rudman, M., 1999. An SPH projection method. *J. Comp. Phys.* 152, 584-607.
- Dalrymple, R.A. and Knio, O., 2000. SPH Modelling of Water Waves. *Proc. Coastal Dynamics*, Lund, 779-787.
- Dalrymple, R. A., Knio, O., Cox, D. T., Gomez-Gesteira, M. and Zou, S., 2002. Using a Lagrangian particle method for deck overtopping. *Proc. Waves 2001*, ASCE. 1083-1091.
- Durisen, R. H., Gingold, R. A. and Boss, A. P., 1986. Dynamic Fission Instabilities in Rapidly Rotating  $n=3/2$  Polytropes: A Comparison of Results from Finite-difference and Smoothed Particle Hydrodynamics Codes. *Astron. J.* 305, 281- 308.
- Evrard A.E., 1988. Beyond N-body: 3D cosmological gas dynamics. *Mon. Not. R. Astr. Soc.*, 235, 911- 934.
- Faber, J.A and Manor, J.B., 2001. Post Newtonian SPH Calculations of Binary Neutron Star Coalescence. II. Mass- ratio, equation of state and spin. *Physical Review D* (63), 044012 (1-16)
- Faber, J.A and Rasio, F.A., 2000. Post Newtonian SPH Calculations of Binary Neutron Stars Coalescence. Method and First Results. *Physical Review D* (62) 064012 (1-23)
- Faltinsen, O.M., Greco, M. and Landrini, M., 2001. Green water loading on a FPSO. *JOMAE Special Issue*.
- Fontaine, E., 2000. On the use of smoothed particle hydrodynamics to model extreme waves and their interaction with structures. *Proc. Rogue Waves 2000*, Brest, France. [www.ifremer.fr/metocean/conferences/wk.html](http://www.ifremer.fr/metocean/conferences/wk.html).
- Gingold, A. and Monaghan, J. J., 1977. Smoothed Particle Hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars. *Mon. Not. R. Astr. Soc.* 181, 375-389.
- Gómez-Gesteira, M. and Dalrymple, R., 2004. Using a 3D SPH method for wave impact on a tall structure. *J. Wtrwy. Port, Coastal and Ocean Engrg.* 130(2), 63-69
- Gómez-Gesteira, M., Cerqueiro, D., Crespo, C. and Dalrymple, R.A. 2004. Green water overtopping analyzed with a SPH model. To appear in *Ocean Engineering*.
- Gotoh, H. and Sakai, T., 1999. Lagrangian simulation of breaking waves using particle method. *Coastal Eng. J.* 41(3&4), 303-326.
- Gotoh, H. and Fredsoe, J., 2000. Lagrangian two- phase flow model of the settling behavior of fine sediment dumped into water. In *Coastal Engineering 2000*, 3906-3919.
- Gotoh, H., Shibahara, T. and Sakai, T., 2001. Sub- particle-scale turbulence model for the MPS method- lagrangian flow model for hydraulic engineering. *Computational Fluid Dybanics Journal* 9(4) 339- 347.
- Gotoh, H., Sakai, T and Hayashi, M., 2002. *J. Of Hydrosience and Hydraulic Engineering* 20(1) 95-102.
- Greco, M., 2001. A Two-Dimensional Study of Green-Water Loading. Ph. D. Thesis.
- Johnson, G.R., Stryk, R.A. and Beissel S.R., 1996. SPH for high velocity impact computations. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 139, 347- 373.
- Habe, A., 1989. In *Status Rep. Super Computing Japan*, ed. T. Nakamura, M. Nagasawa. National Lab. High Energy Phys.
- Health & Safety Executive. 2001. Analysis of green water susceptibility of FPSO/FSU's on UKCS. HSE Books, Sudbury.
- Herant, M. and Benz, W., 1991. Hydrodynamical instabilities and mixing in SN 1987A - Two-dimensional simulations of the first 3 months. *Astrophysical Journal*, 370, 81-84
- Hsu, T., -J, Sakakiyama, T. and Liu, P.L.-F., 2002. A numerical model for waves and turbulence flow in front of a composite breakwater. *Coastal Emgrg.*, 46, 25-50.
- Lahy, N., 1989. A particle method for relativistic fluid mechanics. MSc. Thesis. Monash Univ.
- Libersky, L.D. and Petscheck, A.G., 1991. Smoothed particle hydrodynamics with strength oif materials. *Proceedings of the Next Free Lagrange Conference*, Vol. 395, Trease, H, Fritts, J and Crowley, W (eds.), Springer-Verlag, 248- 257.
- Libersky, L.D. and Petscheck, A.G., 1993., High strain Lagrangian hydrodynamics- a three- dimensional SPH code for dynamic material response. *J. Comput. Phys.* 109, 67- 75.
- Liu, G.R., 2003. *Mesh Free Methods. Moving Beyond the Finite Element Method*. CRC Press.
- Lucy, L., 1977. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis. *Astron. J.* 82(12), 1013-1024.
- Monaghan, J.J., 1989. On the problem of penetration in particle methods. *J. Comp. Phys.* 82, 1-15.
- Monaghan, J.J., 1992. Smoothed particle hydrodynamics. *Ann. Rev. Astron. Appl.* 30, 543- 574.
- Monaghan, J.J., 1994. Simulating free surface flows with SPH. *J. Comp. Phys.* 110, 399- 406.
- Monaghan, J.J., 1996. Gravity Currents and Solitary Waves. *Physica D*.98, 523-533.
- Monaghan, J.J., Cas, R.F., Kos, A., Hallworth, M., 1999. Gravity currents descending a ramp in a stratified tank. *J. Fluid Mech.* 379, 39-70.
- Monaghan, J.J. and Kos, A., 1999. Solitary waves on a Cretan beach. *J. Wtrwy. Port, Coastal and Ocean Engrg.* 125, 145-154.
- Monaghan, J.J., 2000. SPH without tensile instability. *J. Comp. Phys.* 159, 290-311.
- Monaghan, J.J., Kos, A., 2000. Scott Russell's wave generator. *Phys. Fluids* 12, 622-630.
- Monaghan, J. J. and Latanzio, J.C. 1985. A refined method for astrophysical problems. *Astron. Astrophys.* 149, 135- 143.



- Monaghan, J. J. and Latanzio, J.C., 1991. A simulation of the collapse and fragmentation of cooling molecular clouds. *Astrophysical Journal*, 375, 177-189.
- Nagasawa, M., Nakamura, T., Miyama, S. M., 1988. Three-dimensional hydrodynamical simulations of type II supernova - Mixing and fragmentation of ejecta. *Publ. Astron. Soc. Jpn.* 40, 691-708.
- Peskin, C. S., 1977. Numerical analysis of blood flow in the heart. *Journal Computational Physics* 25, 220- 252.
- Phillips, G.J. and Monaghan, J.J., 1985. A Numerical Method for Three-dimensional simulations of Collapsing, Isothermal, Magnetic Gas Clouds. *Mon. Not. R. Astr. Soc.*, 216, 883-895
- Raad, P. <http://enr.smu.edu/waves/project.html>.
- Randles, P.W. and Libersky, L.D., 1996. Smoothed Particle Hydrodynamics – some recent improvements and applications. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 138, 375- 408.
- Sakakiyama, T. and Liu, P.L.-F., 2001. Laboratory experiments for wave motions and turbulence flows in front of a breakwater. *Coastal Engrg.*, 44, 117-139.
- Shapiro P.R., Martel H., Villumsen J.V., and Owen J.M., 1996. Adaptive Smoothed Particle Hydrodynamics, with Application to Cosmology: Methodology. *Astrophysical Journal Supplement* 103, 269- 330
- Stellingwerf, R. F. and Peterkin, R. E., 1990. Smooth particle magnetohydrodynamics. Tech. Rep. MRC/ABQ-R-1248. Albuquerque: Mission Res. Corp.
- Swelgle, K.S. and Attaway, S.W., 1995. On the feasibility of using smoothed particle hydrodynamics for underwater explosion calculation. *Comput- Mech.*, 17, 151- 168.
- Trulsen, K., Spjelkavik, B. and Mehlum, E., 2002. Green water computed with a spline-based collocation method for potential flow. *Intl. J. Appld. Mech. Engrg.* 7(1), 107-123.
- Wang, Z., Jensen, J. J., Xia, J., 1998. On the Effect of Green Water on Deck on the Wave Bending Moment. *Proceedings of the Seventh International Symposium on Practical Design of Ships and Mobile Units*, The Hague.