

Modelación numérica de la aireación en desagües de fondo mediante el método de partículas y elementos finitos (PFEM)

Tema D (Estructuras hidráulicas)

Daniel Pozo Manzanares. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. CIMNE.

dpozo@cimne.upc.edu

Fernando Salazar González. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. CIMNE.

fsalazar@cimne.upc.edu

Miguel Ángel Toledo Municio. Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. UPM.

matoledo@caminos.upm.es

Miguel Ángel Celigueta Jornada. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. CIMNE.

maceli@cimne.upc.edu

Rafael Morán Moya. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. CIMNE, UPM.

rmoran@cimne.upc.edu

Francisco Riquelme Cepeda. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos.

INHISA Hidráulica, S.A.

riquelme.francisco@gmail.com

1 Introducción

Los desagües de fondo de presas juegan un papel esencial en la seguridad de éstas, ya que constituyen el elemento fundamental que permite controlar el nivel de embalse por debajo del nivel máximo normal. Desde principios del siglo XX se ha observado que para el correcto funcionamiento del desagüe y para evitar daños durante su operación, es necesario disponer un sistema que permita airear aguas abajo del dispositivo de cierre, donde se produce la aparición de presiones negativas. De otro modo, es frecuente que aparezcan daños por cavitación y vibraciones.

Debido a la gran dificultad para tomar datos o hacer estudios del fenómeno in situ y a escala real, su análisis se ha venido realizando mediante ensayos en laboratorio con modelos físicos a escala reducida, con cuyos resultados se han obtenido diferentes fórmulas empíricas que determinan un caudal mínimo de aire necesario.

Esta formulación conlleva una simplificación importante del problema real donde el caudal de aireación varía de modo significativo en función de un gran número de parámetros específicos de cada instalación, como por ejemplo la geometría de la compuerta, la longitud y sección del desagüe, el nivel del embalse en cada momento, el grado de apertura, las condiciones aguas abajo, etc.

El avance en el desarrollo de los métodos numéricos ha hecho posible iniciar una investigación, financiada por el Ministerio de Ciencia e Innovación, para abordar este problema mediante modelación numérica. Se pretende evitar los efectos de escala, y analizar con más detalle los parámetros fundamentales. El problema más importante a superar para modelar correctamente el fenómeno es el tratamiento de la interacción y de la mezcla de dos fluidos (aire y agua) con características físicas muy diferentes.

Para ello se ha utilizado el Método de Partículas y Elementos Finitos (PFEM), que había sido previamente aplicado y validado para el análisis del comportamiento de otras estructuras hidráulicas [1]. Los resultados que se persiguen permitirían conocer el comportamiento de los fluidos actuantes y determinar la influencia de las variables que afectan a su circulación. Con ello sería posible deducir unos criterios globales de diseño para el

sistema de aireación y aclarar los aspectos fundamentales a tener en cuenta en la manipulación de las compuertas.

El método se está aplicando para la comprobación del funcionamiento de las válvulas de asiento plano y paso circular, que INHISA está desarrollando en la actualidad como alternativa a las tradicionales válvulas tipo Bureau.

2 Sobre el método PFEM

El diseño de estructuras hidráulicas suele basarse en los resultados de campañas de ensayos en modelo reducido. La aplicación de métodos numéricos en este campo es escasa, a diferencia de otros campos de la ingeniería, como por ejemplo el cálculo estructural. El motivo es probablemente que los problemas de dinámica de fluidos son complejos, y hasta hace algunos años no se había desarrollado la tecnología necesaria para afrontarlos mediante modelación numérica.

Los primeros esquemas numéricos que se desarrollaron para la modelación de problemas de este tipo utilizan una formulación euleriana. Esto quiere decir que el dominio de cálculo se discretiza mediante una malla de elementos finitos, que se mantiene constante durante toda la simulación. La posición de la superficie libre se calcula frecuentemente utilizando una función suave (level-set) [2], o bien mediante un valor escalar que representa la cantidad de fluido que ocupa una región determinada (métodos de volumen de fluido). El principal inconveniente de estos métodos es el tratamiento de los términos convectivos, así como la detección de superficies libres muy irregulares y variables en el tiempo. No obstante, han sido aplicados con éxito en hidráulica de presas, especialmente para estudiar fenómenos en los que la superficie libre es suave [3].

Una alternativa a esta formulación es utilizar una descripción lagrangiana para formular las ecuaciones de gobierno de los dominios del fluido y del contorno. En la formulación lagrangiana se sigue el movimiento de cada una de las partículas de líquido o del sólido de forma individual y, consecuentemente, los nodos en una malla de elementos finitos pueden considerarse como partículas en movimiento. Por consiguiente, el movimiento de la malla que discretiza el dominio total (incluyendo los dominios del fluido y de la estructura) se sigue durante la solución en el tiempo.

Una formulación lagrangiana muy utilizada en la comunidad científica es la denominada Smooth Particle Hydrodynamics (SPH) [4]. Este método se ha desarrollado mucho en los últimos años, por su relativa sencillez de programación. Las dificultades principales de este método son la aplicación de las condiciones de contorno de una manera eficiente, y el cumplimiento de la condición de incompresibilidad.

En los últimos años, CIMNE ha desarrollado un tipo particular de formulación lagrangiana para resolver problemas en los que interviene la interacción entre fluidos y sólidos. El método se denomina Método de Partículas y Elementos Finitos (PFEM). El PFEM trata los nodos en la malla, tanto en los dominios del fluido como de la estructura, como partículas que pueden moverse libremente e incluso separarse del dominio principal del fluido representando, por ejemplo, el efecto de gotas o chorreones de agua. Una malla de elementos finitos conecta los nodos que definen el dominio discretizado donde se resuelven las ecuaciones de gobierno de la mecánica de fluidos (para el líquido) y de la mecánica de sólidos (para la estructura) en la forma estándar del MEF [5-7].

Una ventaja de la formulación lagrangiana es que los términos convectivos desaparecen de las ecuaciones del fluido. La dificultad, sin embargo, se transfiere al problema de mover adecuadamente (y eficientemente) los nodos de la malla. En general, suele ser necesario remallar a lo largo de la solución en cada paso de tiempo. La técnica desarrollada por CIMNE utiliza un procedimiento de regeneración de la malla que mezcla elementos de diferentes formas mediante un método extendido de Delaunay [8]. Estos elementos finitos poliédricos necesitan funciones de forma especiales. En los desarrollos realizados por CIMNE se utilizan las funciones de forma del denominado método de elementos finitos sin malla (MFEM) [9].

El PFEM tiene muchas ventajas frente a los métodos eulerianos para seguir el movimiento de las partículas del fluido en flujos en donde existen grandes desplazamientos de la superficie libre. En el caso del movimiento del agua a través de un desagüe de fondo de una presa, se tiene un fluido que circula a gran velocidad (agua), que arrastra a otro fluido menos denso (aire), y que se mezcla con él. El hecho de que la información en el método PFEM sea típicamente nodal, y de que se genere una malla de elementos finitos en cada paso de tiempo, permite reproducir la mezcla entre los dos fluidos mediante elementos finitos formados a partir de nodos pertenecientes a fluidos diferentes. Esta es la razón por la se ha aplicado en el presente trabajo.

3 Fenómeno de aireación en desagües de fondo

3.1 Introducción

En los conductos de desagüe con compuertas que no descargan directamente a la atmósfera, se produce un caudal de agua moviéndose a gran velocidad, lo cual causa depresiones tras las compuertas. Esta caída de presión que depende del caudal de agua, la apertura de compuerta y la geometría de la instalación, puede provocar interferencias en la operación de las compuertas, debido a las apariciones de vibración y cavitación [10].

En los primeros diseños de compuertas sometidas a grandes presiones no hubo precauciones frente a cavitación o vibraciones. En la presa de Roosevelt, en USA, sometida a 67 m de carga de agua en el embalse, pronto aparecieron problemas como erosiones en el hormigón, pérdida de remaches y daños en el metal. Se repararon, pero al cabo de poco tiempo volvieron a aparecer los problemas. En la presa de Pathfinder, durante la operación se escucharon golpes y ruidos que aumentaban con el caudal de agua. Tras cerrar el conducto se encontraron grandes pérdidas de masa de material y trozos de hormigón. El recubrimiento de acero se había dañado como si fuera papel. Posteriormente, se instaló un conducto de aire en el techo inmediatamente aguas abajo de las compuertas y se reparó el túnel. La solución resultó ser bastante efectiva.

Desde entonces, se ha provisto a las compuertas sometidas a gran presión de sistemas de aireación diseñados para introducir aire en grandes cantidades en los desagües muy cerca de la cara del lado aguas abajo para mantener la presión cerca de la atmosférica y evitar los daños a la estructura.

En 1995 Gutiérrez Serret elaboró una tesis doctoral [11] sobre aireación en estructuras hidráulicas de presas. En su apartado de desagües profundos se describe, sin entrar en muchos detalles, las diferencias de los flujos dependiendo de si suceden en lámina libre o en carga, y de cómo la aireación es necesaria durante las operaciones de los mecanismos de cierre.

Las características físicas principales de la aireación en el caso particular de los desagües de fondo son:

- Grandes velocidades de la corriente de agua con pequeñas pendientes en la conducción.
- Depende en gran medida de las condiciones aguas-arriba de las compuertas y de la existencia de aireadores en la solera y caras laterales del conducto.
- Existen diferentes tipos de flujos que influyen decisivamente en la demanda de aire.

Existen cinco tipos de caudales de aire en el sistema, dependiendo del caso: Q_1 : Aireación directa en la compuerta; Q_2 : Aireación en la solera; Q_3 : Aireación procedente de la salida del túnel; Q_4 : Aire arrastrado por encima de la corriente; Q_5 : Aire arrastrado por la corriente [12].

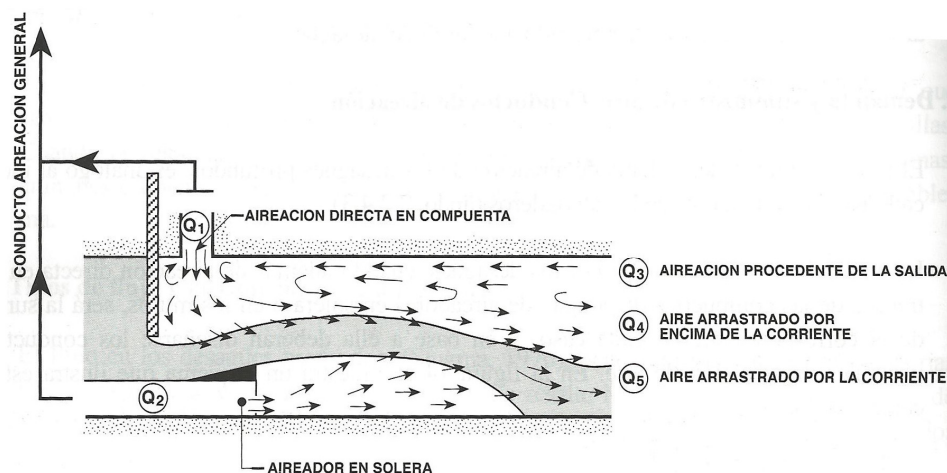


Figura 1 Caudales de aire habituales en desagües de fondo. Fuente: CNEGP [12]

La demanda de aire Q_1 que debe suministrar el dispositivo de aducción para la aireación directa, viene determinada por el arrastre de aire que provoca el flujo básicamente a través del contorno superior Q_4 y descontando el caudal proveniente de la salida del desagüe Q_3 . En la práctica es frecuente dimensionar sin ese caudal Q_3 para que el dispositivo pueda por sí solo suministrar el caudal de aire [12].

La ley de similitud de Froude gobierna el fenómeno y se han realizado varios estudios referentes al tema en el pasado, sometiendo a prueba las características de la demanda de aire en función del tipo de flujo de agua que se produzca. El fenómeno hidráulico de los flujos de aire y agua en los desagües de fondo no está realmente comprendido y depende mucho de cada caso particular por lo que los investigadores recomiendan su estudio mediante modelos a escalas suficientemente grandes [13].

3.2 Antecedentes

El gran interés en determinar la demanda de aire necesaria llevó a varios autores a elaborar prototipos para recolectar datos, emitir valores y obtener resultados. De todo ello trataron de elaborar algunas fórmulas empíricas. Muchas de ellas se centran en predecir la relación entre el caudal de aire y el caudal de agua (1).

$$\beta = \frac{Q_a}{Q_w} \quad (1)$$

Esta relación (β) depende de varios parámetros como la geometría del conducto y de la compuerta y de la velocidad de la contracción de la lámina de agua. Las formulaciones existentes sugieren diferentes correspondencias según el autor entre el número de Froude y el caudal de aire.

Los trabajos más destacados que trataron de determinar el caudal de aire demandado en los desagües de fondo fueron los de Kalinske y Robertson [14], Campbell y Guyton [15], U.S. Army Corps of Engineers [16], Levin [17] y Sharma [18].

Finalmente, los estudios de Sharma [18] sobre la aireación en desagües de fondo han perdurado en el tiempo como un punto de referencia importante. El autor defiende que se pueden dar 7 tipos de flujos diferentes de la mezcla entre agua y aire.

Además se proponen diferentes fórmulas para calcular el caudal máximo de aire, dependiendo de las condiciones del flujo aguas abajo de la compuerta. Todas ellas dependen del número de Froude.

- Para flujos del tipo con resalto:

$$\beta = 0,0066 \cdot (F_c - 1)^{1,4} \quad (2)$$

- Para flujos del tipo pulverizado:

$$\beta = 0,2 \cdot F_c \quad (3)$$

- Para flujos del tipo en lámina libre:

$$\beta = 0,09 \cdot F_c \quad (4)$$

Sin embargo, siendo el fenómeno tan sensible al diseño particular del conducto y sus condiciones, es frecuente la elaboración de modelos físicos específicos de cada caso. Algunos modelos realizados recientemente son: Safavi et al [19], para estudiar la entrada de aire desde la salida del conducto o desde el sistema aireador; Tullis y Larcher [20] para reparar sistemas de aireación; Frizell [21], para diseñar mejoras en el sistema de aireación de la presa de Folsom.

4 Modelación numérica

4.1 Diseño del modelo

Antes de comenzar a diseñar el modelo se debe tener presente qué es lo que se quiere estudiar y tener una idea estimada de cuál será el comportamiento aproximado, cuáles son los condicionantes importantes y cómo se puede representar la realidad, de la forma más ajustada posible, construyendo un sistema aislado.

El modelo escogido ha de obtener prioritariamente el caudal de aire circulante por el sistema de aireación. Con el fin de obtener el comportamiento de este parámetro frente a las diferentes hipótesis que se plantean, se varían la geometría y las condiciones del modelo y se estudian los cambios producidos en la demanda de aire.

El modelo base (figura 2) consta de: un conducto de desagüe de fondo horizontal de 30,0 m de longitud y 1,5 m de diámetro; una compuerta de desagüe de fondo de 0,3 m de espesor y diferentes grados de apertura; un tubo de aireación vertical circular de 4,0 m de longitud y 0,5 metros de diámetro, situado aguas abajo de la compuerta de desagüe; un depósito de aire vertical que alcanza una altura de 30,0 m y una sección rectangular prismática sobre el conducto de aireación.

En los modelos de desagüe estudiados se modificaron varios parámetros: la longitud del desagüe de fondo, el grado de apertura de compuerta, el nivel de embalse, el diámetro y la longitud del conducto aireador.

Inicialmente se plantearon modelos con diferente longitud del túnel de desagüe, donde se comprobó que para longitudes menores de 12 m se producían entradas de aire desde la salida del túnel. En cambio, para longitudes mayores de 30 m todo el aire era suministrado por el sistema aireador. Este fenómeno se ha manifestado también en estudios llevados a cabo en laboratorio [19]. Los modelos posteriores estudiados tenían una longitud de 30 m de conducto para poder medir la entrada de aire en un único punto, someténdolo además a los máximos caudales circulantes posibles.

El grado de apertura se ha estudiado de forma discreta, generando la geometría correspondiente en la compuerta y haciendo pasar el agua desde la sección de entrada de la tubería. Los porcentajes de apertura analizados han sido: 25%, 50%, 60%, 65%, 75%, 80% y 100%. El objeto de esta forma de proceder es tratar de detectar la posición de la compuerta que produce el máximo de demanda de aire en el tubo de aireación.

Los niveles de embalse considerados han sido de 5 m, 30 m y 50 m y para cada uno de ellos se ha variado la apertura de compuerta. En función del nivel de embalse se ha escogido una velocidad correspondiente de entrada de agua en la tubería teniendo en cuenta las pérdidas de carga en la conducción y la entrada.

Al variar la geometría del sistema de aireación los diámetros escogidos son de 0,5 m y de 1,0 m para establecer las comparaciones en el flujo de aire. De forma análoga se han escogido las longitudes de 4,0 m y 40,0 m del tubo de aireación.

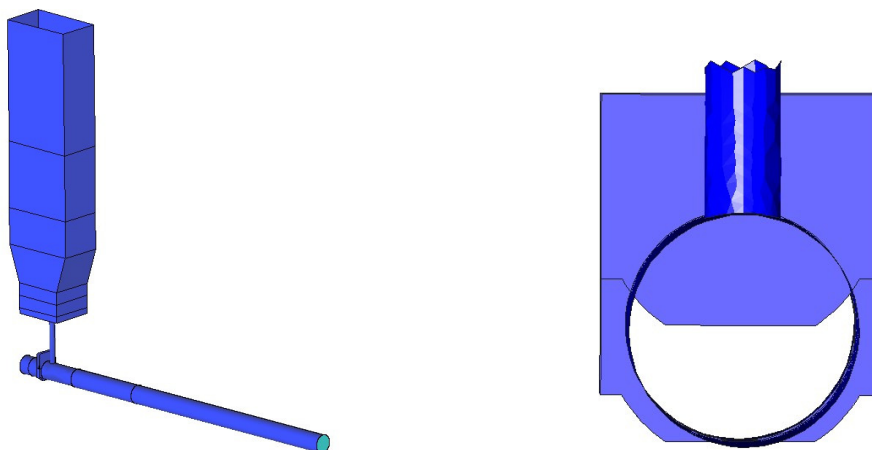


Figura 2 Izquierda: Vista global de la geometría del modelo en 3D. Derecha: Compuerta parcialmente abierta.



Figura 3 Distribución de agua (azul) y aire (gris) en el modelo de desagüe. Corte longitudinal.

La entrada de agua se sitúa 2 m aguas arriba de la compuerta con una velocidad inicial impuesta según el nivel de embalse considerado. Inicialmente todos los conductos se encuentran llenos de aire que posteriormente es arrastrado por la circulación de agua hacia la salida. Este efecto crea una demanda de aire en el sistema de aireación que puede llegar a alcanzar importantes caudales en función de los distintos parámetros que se han estudiado.

4.2 Resultados

Se han analizado con especial atención el comportamiento del flujo tras la compuerta así como el caudal circulante por el sistema aireador al variar la apertura de compuerta.

El patrón de movimiento del agua y del aire que resulta en el modelo numérico (figura 4) reproduce cualitativamente lo previsto (figura 1), con una entrada de aire por el aireador, y la formación de remolinos en la zona superior del conducto.

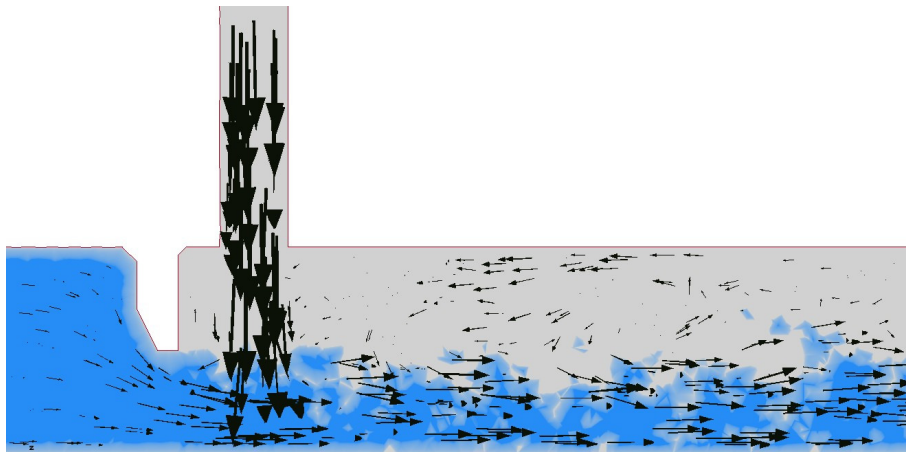


Figura 4 Vectores de velocidad de partículas en el plano de simetría longitudinal. Zona aguas abajo de la compuerta.

Se ha observado que los modelos numéricos se corresponden con el tipo de flujo en lámina libre, no pudiendo considerarse como flujos de tipo pulverizado o con resalto hidráulico. La figura 5 muestra los resultados obtenidos con la modelación numérica en comparación con los de la modelación física de Sharma [18], así como con los que resultan de aplicar la fórmula correspondiente (4). Dicha fórmula representa una envolvente de los máximos para cada valor del número de Froude. Los resultados experimentales presentan una importante dispersión respecto de dicha envolvente.

Los casos analizados con PFEM cubren una parte del rango de números de Froude analizados por Sharma, si bien los valores máximos obtenidos encajan con los que resultan de la aplicación de (4).

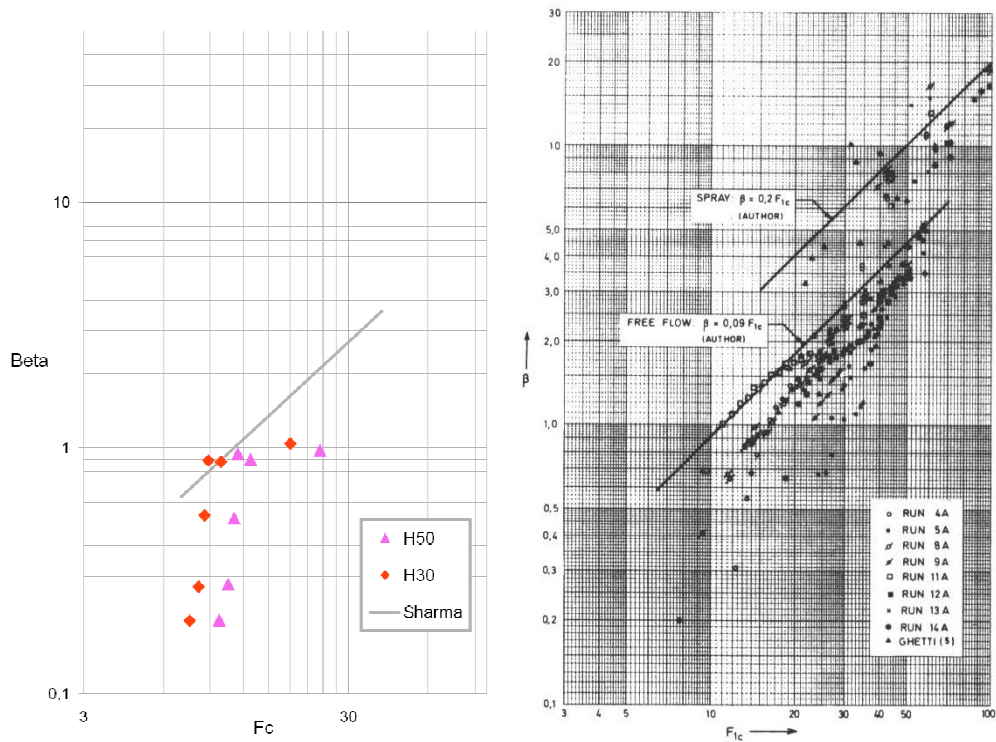


Figura 5 Izquierda: Resultados de la modelación numérica con 30 m (rombos) y 50 m (triángulos) de carga de agua, en comparación con los obtenidos con (4). Derecha: Gráfico original de Sharma [18], donde se observa que la fórmula que propone aproxima los máximos, así como la dispersión de los resultados.

Algunos de los resultados más importantes obtenidos durante la experimentación numérica se expresan en forma de gráficas en las figuras 6, 7, 8 y 9.

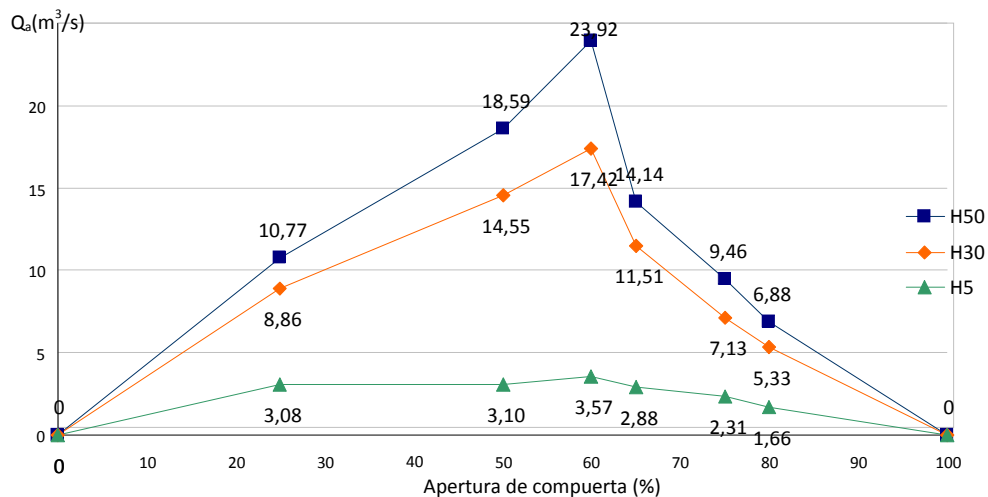


Figura 6 Caudales de aire en función del porcentaje de apertura de compuerta. H50: carga de nivel de embalse de 50 m. H30: carga de nivel de embalse de 30 m. H5: carga de nivel de embalse de 5 m.

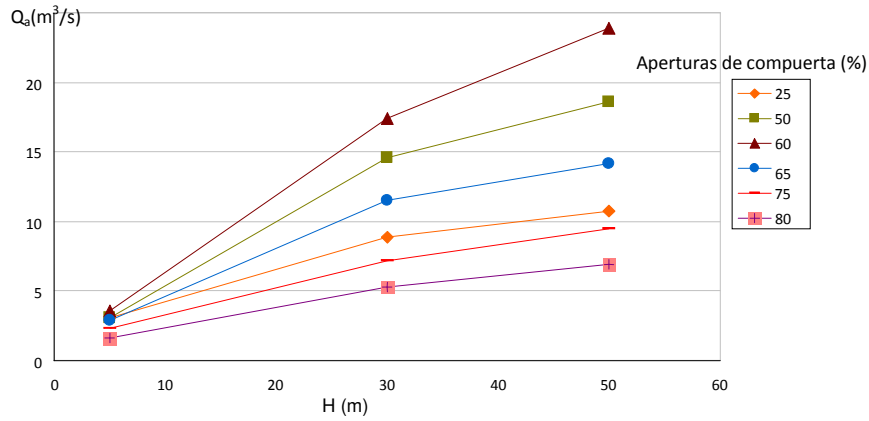


Figura 7 Caudales de aire en función del nivel de embalse. Cada línea corresponde a un porcentaje de apertura de compuerta.

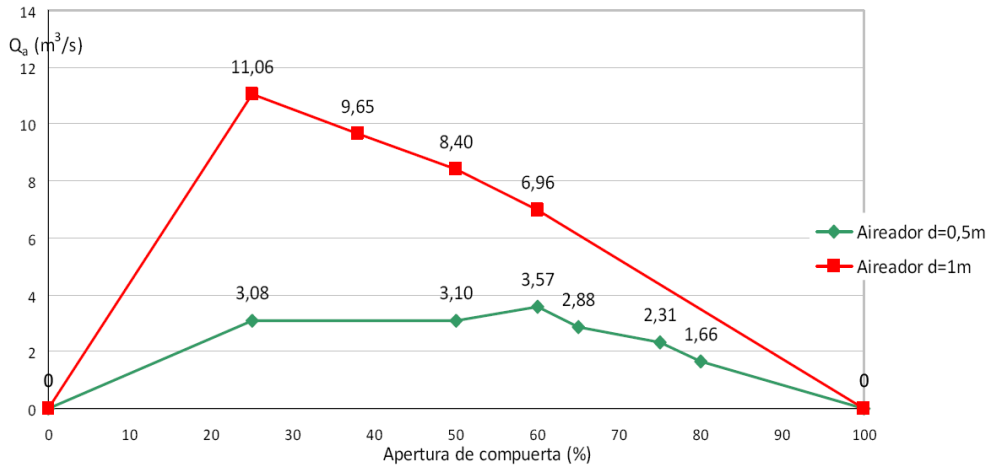


Figura 8 Caudales de aire en función del porcentaje de apertura de compuerta. Diámetros de aireador: $d=0,5m$ y $d=1,0m$. Nivel de embalse: $H=5m$.

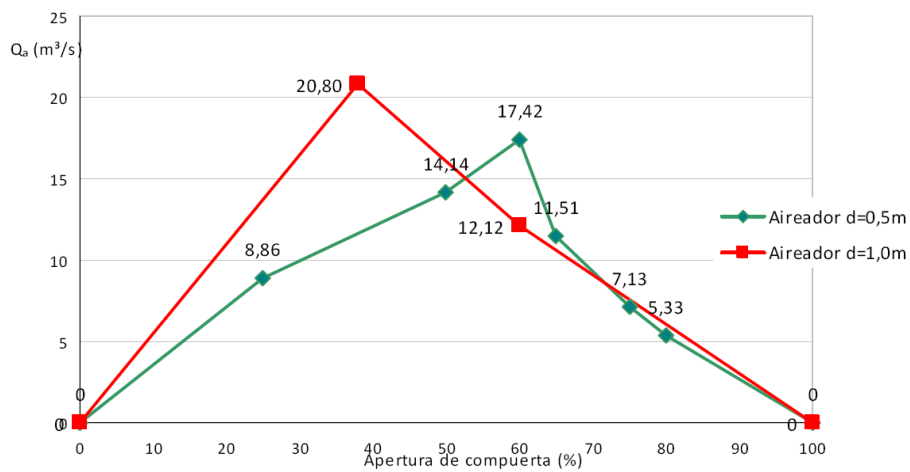


Figura 9 Caudales de aire en función del porcentaje de apertura de compuerta. Diámetros de aireador: $d=0,5m$ y $d=1,0m$. Nivel de embalse: $H=30m$.

5 Resumen y Conclusiones

En los modelos llevados a cabo en esta investigación se ha podido simular satisfactoriamente, mediante el método PFEM, el flujo de descarga de agua de un embalse en su paso a través de la compuerta de operación, así como el arrastre de aire que se produce desde el sistema de aireación hacia la cara posterior de la compuerta.

Los resultados obtenidos se han comparado con los estudios de aireación en desagües de fondo realizados por otros investigadores, observando que la hipótesis inicial, de que el tipo de flujo considerado en los modelos calculados es en lámina libre, es coherente con los resultados obtenidos en modelos de laboratorio.

El campo de velocidades obtenido (figura 5) reproduce el indicado por la Guía Técnica [12]. En cuanto al caudal máximo de aire, los valores obtenidos con PFEM se corresponden con los resultantes de aplicar la fórmula de Sharma [18].

En los modelos de desagües estudiados se han modificado varios parámetros (la longitud del desagüe de fondo, el grado de apertura de compuerta, el nivel de embalse, el diámetro y la longitud del sistema aireador) con el fin de obtener conclusiones sobre cómo influyen en la demanda de aire en el sistema aireador.

La longitud del túnel de desagüe es un parámetro fundamental en flujos en lámina libre para conocer la circulación de aire en cada caso. En general, si el desagüe es demasiado corto, la mayor parte del flujo de aire entra al sistema desde la salida del túnel. Si por el contrario, el desagüe es suficientemente largo, todo el aire necesario es suministrado desde el tubo aireador y posteriormente es arrastrado por el agua a lo largo del conducto hasta el exterior. No obstante, se ha detectado que también influyen decisivamente en la circulación del aire las dimensiones del aireador y el grado de apertura de la compuerta.

Cuanto mayor es el nivel de embalse, mayor es el caudal de aire, a igualdad del resto de parámetros. La ley de variación se puede aproximar por una parábola (figura 7), si bien hasta el momento solo se cuenta con resultados correspondientes a tres niveles de embalse diferentes.

En cuanto a la apertura de compuerta para la cual se produce la máxima demanda de aire, los máximos detectados siempre han ocurrido para aperturas intermedias de compuerta y en ningún caso para el 100% de apertura. La mayoría de autores fijan este máximo en torno al 80% de apertura de compuerta. Sin embargo, se ha podido apreciar que, a igualdad del resto de parámetros, cuanto mayor es el diámetro del tubo aireador, menor es la apertura de compuerta que da el máximo caudal de aire demandado. Además la máxima demanda de aire es mayor para mayores diámetros del aireador (figuras 8 y 9).

En los casos ensayados, no se ha detectado que la longitud del aireador provoque un desplazamiento significativo de la posición del máximo ni variaciones importantes del caudal circulante.

6 Agradecimientos

El trabajo presentado se ha desarrollado en el marco del proyecto VADIVAP (CIT 460000-2009-5) financiado por el Ministerio de Ciencia e Innovación, en el marco del “Plan Nacional de Investigación Científica, Desarrollo e Innovación Tecnológica 2008-2011”.



Así mismo, el citado proyecto ha sido parcialmente financiado por el Fondo Europeo de Desarrollo Regional (FEDER) de la Comisión Europea.



7 Referencias bibliográficas

- [1] Larese, A., Rossi, R., Oñate, E. and Idelsohn, S.R. (2008). "Validation of the particle finite element method (PFEM) for simulation of free surface flows". *Int. J. for Computer-aided Engineering and Software*. Vol. 25, nº 4, pp 385-425.
- [2] Osher, S. y Fedkiw, R. (2001), "Level set methods: an overview and some recent results", *Journal of Computational Physics*, Vol. 169, pp. 463-502.
- [3] Salazar, F., Rossi, R., Morán, R. y Larese, A. (2011). "Estudio de la capacidad de desagüe de aliviaderos con compuertas mediante modelación numérica. Aplicación a la presa de Oliana" *Jornadas de Ingeniería del Agua 2011*.
- [4] Liu, M.B., Liu, G.R. (2010). "Smoothed particle hydrodynamics (SPH): an overview and recent developments". *Archives of Computational Methods in Engineering*, 17(1), 25-76.
- [5] Idelsohn, S.R., Oñate, E., Del Pin, F. y Calvo, N. (2006) "Fluid-structure interaction using the particle finite element method". *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195, pp. 2100-2123.
- [6] Oñate, E., Idelsohn, S.R., Del Pin, F. y Aubry, R. (2004). "The particle finite element method: an overview". *International Journal on Computational Methods*. 1:267-307.
- [7] Oñate, E., Idelsohn, S.R., Celigueta, M.A., y Rossi, R. (2008). "Advances in the particle finite element method for the analysis of fluid-multibody interaction and bed erosion in free surface flows". *Comp. Methods in Appl. Mech. And Eng.*, Vol. 197, 1777-1800.
- [8] Idelsohn, S.R., Oñate, E., Calvo, E.N. y Del Pin, F. (2003). "The meshless finite element method". *Int. J. Num. Meth. Eng.* 58(6) 893-912.
- [9] Idelsohn, S. R., Oñate, E. y Del Pin, F. (2003). "A lagrangian meshless finite element method applied to fluid-structure interaction problems. *Comput. Struct.* 81 (2003) 655-671.
- [10] Erbisti, Paulo C.F. (2004). "Design of Hydraulic Gates". ISBN 90 5809 621 1.
- [11] Gutiérrez Serret, R.M. (1995). "Aireación en las estructuras hidráulicas de las presas: aliviaderos y desagües profundos", Tesis doctoral, Biblioteca ETS. Ingenieros de Caminos, Universidad Politécnica de Madrid. Documento 360718.
- [12] Comité Nacional Español de Grandes Presas (1997). "Guía Técnica de Grandes Presas nº5: Aliviaderos y Desagües, Anejo nº2 Aireación".
- [13] Vischer, D.L. y Hager, W.H. (1997). "Dam Hydraulics", ISBN 0 471 97289 4.
- [14] Kalinske, A.A. y Robertson, J.M. (1943). "Air entrainment in Closed Conduits Flow, *Transactions of the American Society of Civil Engineers*". Vol. 108. 1435-1516.
- [15] Campbell, F.B. y Guyton, B. (1953). "Air demand in Gated Conduits", *IAHR Symposium, Minneapolis*.
- [16] U.S. Army Corps of Engineers (1964). "Hydraulic Design Criteria, Air Demand, Regulated Outlet Works", Sheet 050-1.
- [17] Levin, L. (1965). "Calcul Hydraulique des Conduits d'Aération des Vidanges de Fond et Dispositifs Deversants", *La Houille Blanche*, No.2.
- [18] Sharma, H.R. (1976). "Air-Entrainment in High-Head Gated Conduits", *Proceedings of ASCE, Journal of the Hydraulics Division*, HY11.
- [19] Safavi et al (2007). "Experimental study of air demand in high head gated tunnels", *Proceedings of the Institution of Civil Engineerings, Water Management* 161, Issue WM2. 105-111.
- [20] Tullis, B. P. y Larcher, J. (2009). "Low-Level Outlet Works Air Vent Sizing Requirements for Small to Medium Size Dams", Report as of FY2008 for 2008UT105B.
- [21] Frizell, K.W. (2004). "Hydraulic Model Studies of Aeration Enhancements at the Folsom Dam Outlet Works: Reducing Cavitation Damage Potential".