

Calibración de la rugosidad en el contorno en modelos SPH

Roberto Marivela, David López

Centro de Estudios Hidrográficos. CEDEX

roberto.marivela@cedex.es

david.lopez@cedex.es

1 Resumen

Se ha considerado una forma de asignar rugosidad a las condiciones de contorno de un flujo simulado mediante SPH. El método estándar para simular el contorno es mediante unas partículas que ejercen unas fuerzas elásticas de repulsión. Este método aporta una escasa rugosidad al flujo en un canal en lámina libre. El método consiste en una adición de partículas de contorno dispuestas a distintas distancias regulares entre ellas y del fondo del canal. El método posibilita una identificación de cada disposición extra de partículas de contorno con valores de teóricos de rugosidades “ks” de Nikuradse y “n” de Manning.

2 Introducción

Los avances que en estos últimos años ha experimentado la fluido dinámica computacional (CFD), está permitiendo abordar problemas complejos con utilidad práctica. Por tanto, resulta imprescindible acometer trabajos de calibración de estos modelos para garantizar la calidad de los resultados obtenidos.

El CEDEX ha desarrollado el modelo MDST, con el que se está estudiando el funcionamiento hidrodinámico de estructuras hidráulicas. Se trata de un modelo lagrangiano de partículas 3D que permite resolver las ecuaciones de Navier Stokes para flujo cuasi compresible. Además MDST dispone de un módulo de turbulencia con diferentes formulaciones que permiten el estudio del flujo turbulento.

A la hora de estudiar el funcionamiento en un canal abierto resulta fundamental reproducir correctamente la fricción con los contornos, pues es causa principal de disipación viscosa en este tipo de flujos. Este aspecto está perfectamente analizado teóricamente y documentado experimentalmente, por lo que ha sido fácil comparar los resultados obtenidos mediante simulación numérica SPH y constatar que la rugosidad efectiva en las simulaciones numéricas con SPH resulta bastante baja, lo cual se debe a la forma de materializar los contornos.

Se ha definido una serie de ensayos de prueba consistentes en un canal de sección rectangular de 0.5 m de ancho y varias pendientes para obtener diferentes condiciones hidráulicas de funcionamiento. En estos canales se ha recirculado el flujo hasta alcanzar un régimen uniforme, lo que ha permitido contrastar los perfiles de velocidad obtenidos con la teoría clásica de perfil de velocidad logarítmico del flujo en canales abiertos. La experimentación muestra un muy buen ajuste entre los perfiles de velocidades obtenidos con SPH y el cuerpo de doctrina tradicional en esta materia.

Para estudiar la influencia del contorno sobre la rugosidad se han ensayado diferentes configuraciones que han permitido realizar un análisis comparativo y extraer una serie de conclusiones.

3 El tratamientos de los contornos en SPH

El contorno tiene la misión de contener el fluido evitando que este lo traspase. Para ello es necesario ejercer sobre las partículas que tratan de atravesarlo una fuerza que las detenga.

Monaghan (1994), propone modelizar la fuerza de acuerdo con el esquema Lennard – Jones empleado para evaluar fuerzas entre moléculas (Lennard – Jones, 1924). Consiste en materializar el contorno mediante partículas que ejercen, sobre las partículas de fluido que se aproximan, una fuerza inversamente proporcional a la

distancia. Dado un contorno y una partícula situada a una distancia $r < r_0$ de él, la fuerza radial producida por unidad de masa es la siguiente:

$$f(\mathbf{r}) = d_0 \left(\left(\frac{r_0}{r} \right)^{p_1} - \left(\frac{r_0}{r} \right)^{p_2} \right) \frac{\mathbf{r}}{r^2} \quad (1)$$

constante d_0 tiene dimensiones de velocidad al cuadrado; algunas referencias toman valores proporcionales a gH , donde H es la profundidad y g la aceleración de la gravedad. El coeficiente p_1 debe ser mayor que p_2 . Habitualmente se adoptan los valores $p_1 = 4$ y $p_2 = 2$. Finalmente r_0 toma el valor del espaciamiento inicial entre las partículas. La fuerza es simétrica, por lo que se da un comportamiento elástico no amortiguado frente a un impacto con un contorno.

Otro esquema bastante similar se ha propuesto por Monaghan y Kos, 1999, también basado en la disposición a lo largo del contorno de partículas que interactúan con las de fluido. La fuerza por unidad de masa que ejerce una partícula de contorno sobre una partícula de fluido adopta la siguiente expresión:

$$\mathbf{F} = R(y)P(x)\mathbf{n} \quad (2)$$

En la que x e y son las distancias en la dirección paralela y perpendicular al contorno medidas entre la partícula de fluido y la partícula del contorno con la que interactúa y \mathbf{n} el vector unitario normal al contorno.

La función $R(y)$ es:

En la que x e y son las distancias en la dirección paralela y perpendicular al contorno medidas entre la partícula de fluido y la partícula del contorno con la que interactúa y \mathbf{n} el vector unitario normal al contorno.

La función $R(y)$ es:

$$R(y) = \begin{cases} A \frac{1}{\sqrt{q}} (1 - q); & q < 1 \\ 0; & q \geq 1 \end{cases} \quad (3)$$

Donde $q = \frac{y}{2r_0}$, y y r_0 es la separación inicial entre partículas. A su vez, la función $P(x)$ se expresa:

$$P(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} (1 + \cos \pi x / \Delta p); & x < \Delta p \\ 0; & x \geq \Delta p \end{cases} \quad (4)$$

Esta formulación tiene por objeto que la fuerza recibida por una partícula, que se mueva paralelamente al contorno, sea constante. El término A , con dimensiones de aceleración, en la expresión de la fuerza $R(y)$, es el siguiente:

$$A = \frac{1}{h} (0.01 c^2 + \beta c \mathbf{v}_{ab} \cdot \mathbf{n}) \quad (5)$$

donde β toma el valor 1 si las partículas se aproximan y 0 si se alejan. Este segundo término ayuda a amortiguar el movimiento perpendicular al contorno.

Son bastante similares a éste, los esquemas propuestos en Monaghan, Kos E Issa (2003) o el presentado por Dalrymple y Knio (2001) que sitúa dos filas de partículas en el contorno.

Finalmente está el método de las partículas "fantasma" que forman la imagen especular de las partículas en el dominio con respecto al contorno, en sus aspectos dinámicos y cinemáticos, simulando por tanto en este caso una condición de contorno reflejante (variación nula en la normal al contorno). Este método tiene el inconveniente de duplicar el número de partículas de fluido, introduciendo un gran coste computacional. Además, presenta problemas para materializar contornos en ángulo, por la incertidumbre que implica resolver la simetría en estas zonas.

Ferrari (2009) propone un sistema mixto que además proporciona mejora de los resultados de las presiones en los contornos.

4 EL CASO DE PRUEBA

Se ha modelizado el flujo sobre un canal de sección rectangular de 0.5 m de ancho y 5.3 m de largo representado en la figura 3. El contorno ha sido obtenido mediante un malla no estructurada con una distancia entre partículas de contorno de 0.01 cm y el número requerido de partículas han sido 165732. Esta malla ha sido generada con el software de pre y postproceso GID desarrollado por el CIMNE de la universidad Politécnica de Barcelona. Para que el flujo tenga distinta configuración hidrodinámica, el canal rectangular ha sido colocado en tres pendientes: 0.02, 0.01 y 0.005.

Para materialización de los contornos se ha empleado el método de las fuerzas de Lennard Jones con partículas fijas de contorno separadas entre sí la mitad de la distancia de suavizado. Grassa (2007) ha comprobado que las irregularidades de este campo de fuerzas producen un efecto de resistencia al flujo por fricción con el contorno que resulta tanto mayor cuanto mayor sea la separación de partículas de contorno. Por otra parte, cuanto mayor sea esta separación, h_c , o también llamada dx , mayor será la probabilidad de que el fluido atraviese el contorno. Finalmente la separación, h_c , ha sido de la mitad la separación de discretización del fluido, ya que para un valor propuesto por Grassa en su trabajo de h_c igual a $0.25 h_f$ la rugosidad asociada resulta ser demasiado baja. Estas dos representaciones del contorno pueden observarse en la figura 1.

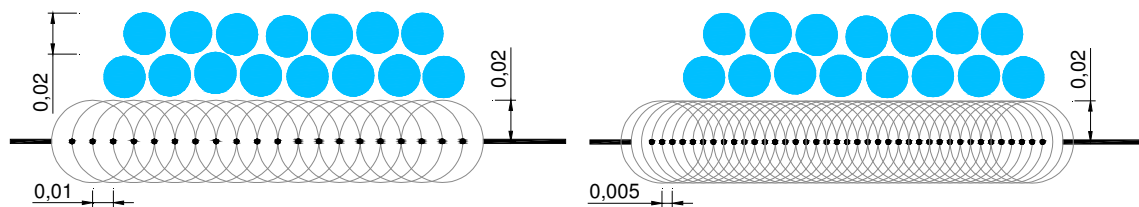


Figura 1 Discretizaciones de contorno. Izq: $h_c=0.5 h_f$. Der: $h_c=0.25 h_f$

El fluido ha sido representado mediante una malla estructurada, generada también con el software GID. El número resultante de partículas de fluido ha sido de 111283. Para mantener constante el volumen de agua, el flujo se ha recirculado desde la parte situada más aguas abajo del canal a la situada más aguas arriba. Se han realizado distintas simulaciones para evitar el efecto transitorio inicial y conseguir que el flujo se encuentre estabilizado.

Cuando la pendiente de la línea de energía toma valores muy parecidos a la pendiente de la solera del canal se han realizado cortes horizontales sobre el flujo y se ha obtenido una distribución de velocidades turbulento en el que se ha aprecia que los valores de velocidades en la zona central no quedan influenciados por la presencia de contornos, lo que permite dar validez general al estudio para canales anchos, en los que el radio hidráulico puede aproximarse con bastante exactitud al calado. Figura 2

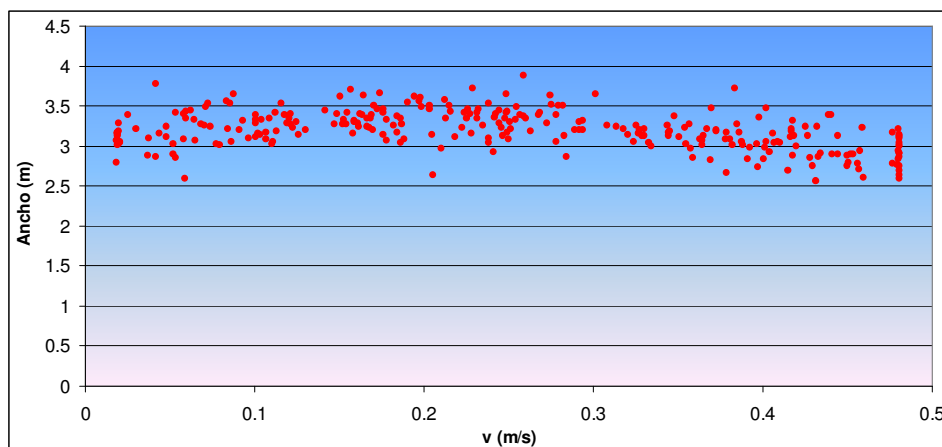


Figura 2 Registro de velocidades a lo ancho del canal cuando el flujo se encuentra estabilizado realizado a partículas con un calado entre 0.28 y 0.30 m

Posteriormente se ha hecho un registro de de velocidades de la partículas que se encuentran en un prisma definido por 50 cm de largo y 10 cm de ancho y centrado en la sección central tal y como puede observarse en la figura 3.

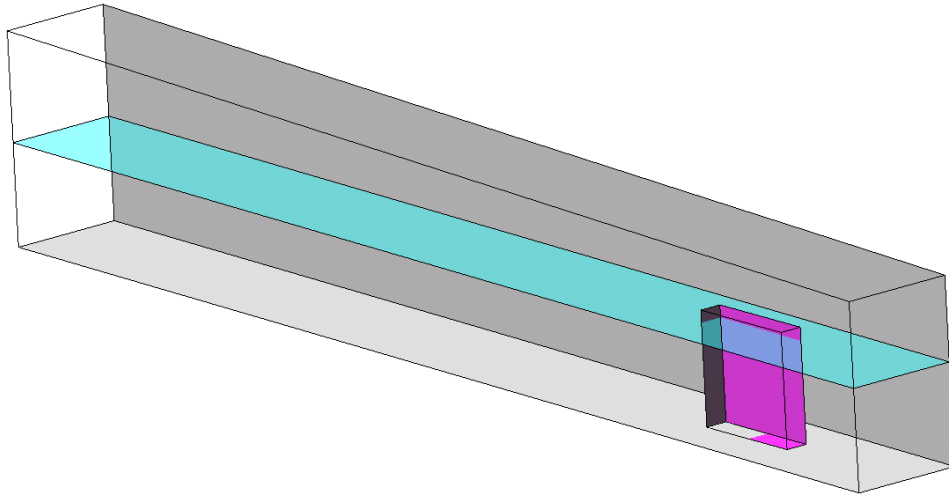


Figura 3 Ubicación del volumen de control de toma de valores observados

Las velocidades obtenidas, según el caso, rondan los valores de 12 m/s, con lo que las rugosidades asociadas arrojan unos valores de n de Manning extremadamente bajos (0.0032) incluso cuando la separación de partículas de contorno resulta ser $0.5 h_f$. Los ensayos realizados de este canal en las tres pendientes propuestas inducen que el método de las fuerzas de Lennard Jones reproduce un contorno muy poco rugoso hidráulicamente.

Durante el transitorio inicial el contorno interactúa con el fluido para confinarlo dentro de su geometría pero a medida que el flujo toma una inercia generalmente tangencial al contorno se va reduciendo la interacción del fluido y el contorno, con lo que apenas se introduce resistencia al flujo.

5 Estudio de la rugosidad adicional

Para conseguir que el contorno ejerza una resistencia al flujo se ha planteado un método que consiste en añadir unas partículas de contorno sobreelevadas respecto a la superficie general para conseguir una componente de las fuerzas de repulsión que se oponga a la dirección principal de flujo. Con este fin se han diseñado cuatro disposiciones distintas de partículas adicionales de contorno, en adelante PAC, que han sido añadidas de forma regular a lo largo de la solera de los tres canales.

Esta rugosidad adicional se consigue mediante la incorporación de partículas de contorno con una sobreelevación de forma isoespaciada, separadas una distancia igual a h_c (0.01 m) y colocadas en sentido perpendicular al flujo.

Se proponen cuatro configuraciones, en adelante R1, R2, R3 y R4, que consisten en bandas de partículas sobreelevadas respecto al plano de la solera, alineadas en dirección perpendicular al flujo y con diferentes separaciones en las alineaciones. Estas distancias aparecen en la tabla 1 y representadas en la figura 4.

Tabla 1 Valores de las disposiciones de las PAC

Disposiciones de rugosidad	R1	R2	R3	R4
Separación paralela al fondo del canal	0.08 (4 h_f)	0.16 (8 h_f)	0.16 (8 h_f)	0.08 (4 h_f)
Separación normal al fondo del canal	0.01 (0.5 h_f)	0.01 (0.5 h_f)	0.02 (h_f)	0.02 (h_f)

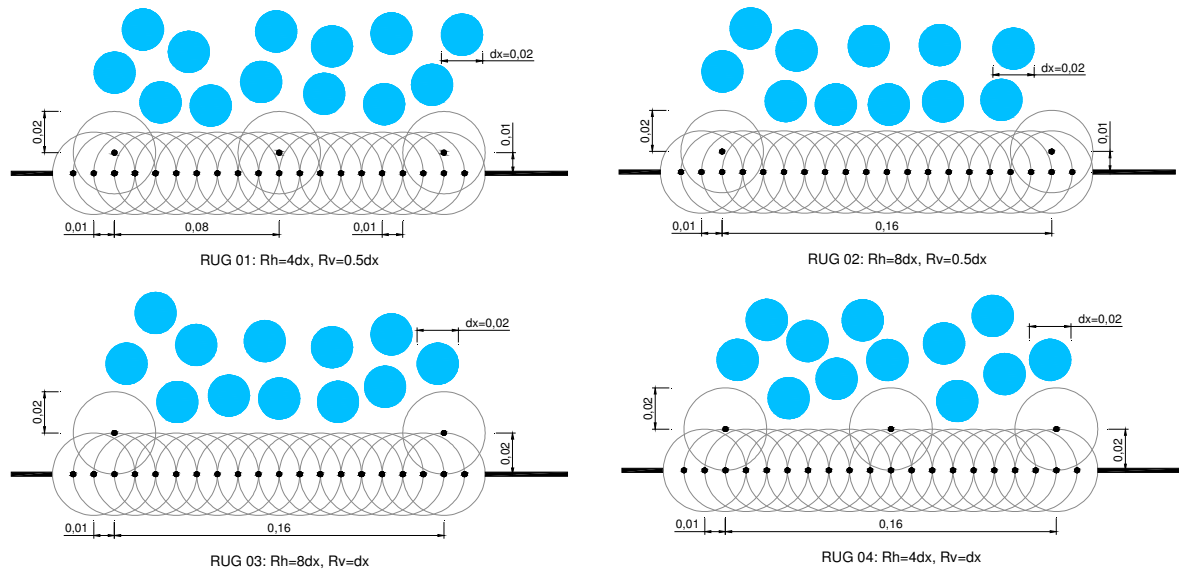


Figura 4 Esquema de las cuatro disposiciones de las PAC empleadas en los ensayos

Para poder observar el efecto que generan estas PAC con diferentes condiciones hidrodinámicas se han realizado ensayos sobre los diferentes casos de prueba ya descritos que ha permitido comprobar el aumento de la rugosidad.

La incorporación de las PAC a un flujo ya estabilizado genera un transitorio en el flujo ya que estas partículas ejercen de forma instantánea fuerzas adicionales de Lennard Jones. Es necesario realizar simulaciones previas para que el flujo se adapte a las nuevas condiciones hidrodinámicas impuestas. El tiempo de simulación requerido para que el flujo quede tranquilizado en cada está en torno a 35 segundos.

Durante la tranquilización se ha realizado un registro de la evolución de las velocidades del flujo a distintas profundidades. Estos registros han sido realizados en el volumen de control definido en la figura 3. Una vez que el flujo queda estabilizado, el perfil logarítmico de velocidades permanece estable con el tiempo y la pendiente de la línea de energía es paralela a la pendiente de la solera del canal. En cada pendiente y en cada configuración de rugosidad, el flujo toma un perfil de velocidades característico y acorde con la expresión 6.

$$\frac{v}{v_*} = \frac{1}{k} \cdot \ln\left(\frac{h}{k_s}\right) + 8.5 \quad (6)$$

Posteriormente se han ajustado los parámetros de la expresión para ajustar esta ley de velocidades teórica de flujo turbulento para fondo rugoso a los perfiles de velocidades obtenidos en cada ensayo, donde k , es la constante de von Karman, v_* , la velocidad de arrastre, $v_* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}}$, y v , la velocidad del flujo a una altura h del

fondo y k_s , rugosidad equivalente de grano propuesta por Nikuradse. Los valores de calado, velocidad de arrastre, calado y k_s para cada ensayo pueden consultarse en la tabla 2. El efecto de la incorporación de las PAC resulta evidente al ser mucho mayor el gradiente de velocidad en sentido vertical que como se ha observado en los tres ensayos precedentes. Como puede observarse en la figura 5 las partículas de fluido que se encuentran en contacto con la solera poseen una velocidad muy pequeña, mientras que las partículas de fluido que se encuentran en contacto con las paredes laterales, tiene una velocidad comparativamente mayor.

La no incorporación de PAC en los contornos laterales tiene como objeto obtener una distribución de velocidades a lo largo del ancho del canal sin apenas gradiente de velocidad que pueda aplicarse lo expuesto referente a la figura 2 y así poder aplicar los resultados a canales anchos.

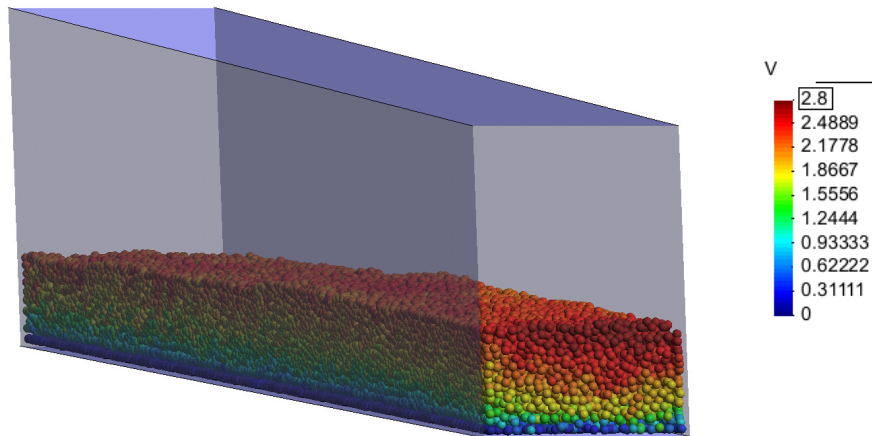


Figura 5 Vista en perspectiva de la distribución de velocidades en uno de los ensayos. Se observa gran gradiente de velocidad en vertical y escaso en la dirección del ancho del canal.

Todas las simulaciones han sido realizadas tomando un valor de d_0 igual a 10 y un valor de r_0 igual a 0.02 m en la obtención de las fuerzas de repulsión de Lennard Jones. Este valor es igual a la distancia de discretización del fluido, h_f .

Estas fuerzas generan un campo de fuerzas que mantienen separadas las partículas del fluido a una distancia del contorno generando un nuevo contorno efectivo al que denominaremos pseudo-fondo. Aunque existe una franja claramente marcada entre el contorno y las partículas de fluido más profundas, existe otra franja más irregular por encima de ésta aún por efecto de las fuerzas de repulsión. Este efecto puede apreciarse en la figura 6. En general se puede situar el fondo efectivo (pseudo-fondo) a una distancia de $2.5 r_0$.

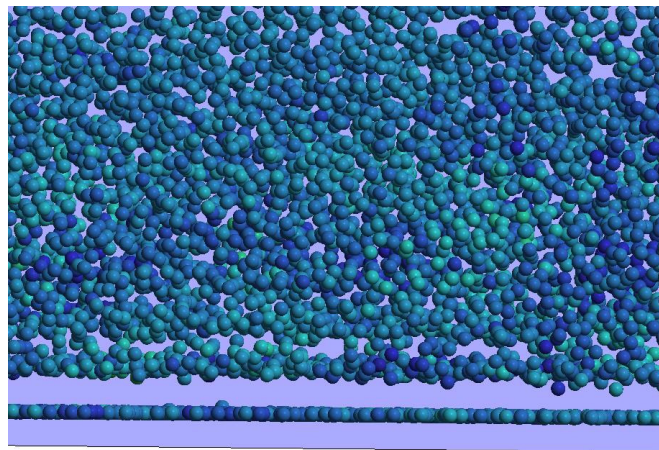


Figura 6 Separación de fluido por efecto de las fuerzas de repulsión.

La figura 7 representa la comparación de los perfiles de velocidad del modelo numérico observados en el volumen de la figura 3 con los perfiles teóricos. Para conseguir este ajuste ha sido necesario desplazar el perfil de velocidades teórico a la distancia del pseudo-fondo y hacer corresponder los resultados teóricos con los observados en el contorno efectivo. Estos perfiles de velocidades numéricos presentan una oscilación del orden del 6% debido a la agitación propia del flujo.

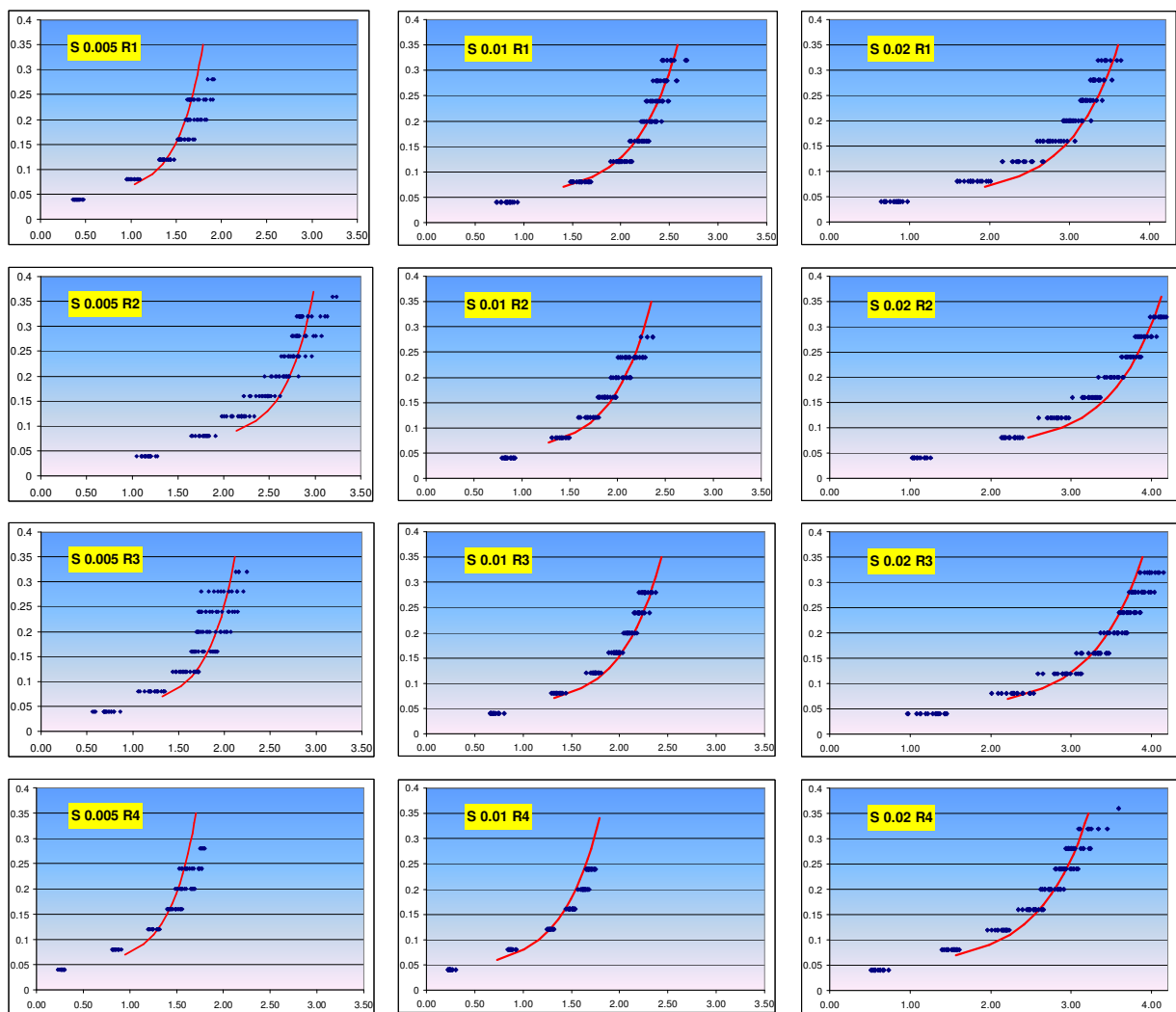


Figura 7 Ajuste de perfiles de velocidad. Puntos en azul: Valores registrado según figura 2. Línea roja: Perfil teórico. Eje X: $v(m/s)$, Eje Y: Calado(m)

La tabla 2 muestra los valores hidráulicos característicos de cada ensayo y los valores de rugosidad obtenidos de acuerdo con el ajuste del perfil logarítmico de velocidades. Las diferentes disposiciones PAC, pueden ordenarse de mayor a menor rugosidad de la siguiente forma: R4, R1, R3 y R2 para las pendientes de 0.005 y 0.02 %. Sin embargo en la pendiente de 0.01% esta distribución varía quedándose como sigue: R4, R2, R3 Y R1. En la tabla 3 se observa la relación cualitativa de la rugosidad para las distintas disposiciones de las PAC.

Tabla 2 Relación cualitativa de rugosidad y configuración de las PAC

	+Rug		-Rug	
P 0.005	R4	R1	R3	R2
P 0.01	R4	R2	R3	R1
P 0.02	R4	R1	R3	R2

Los ensayos sombreados en la tabla 2 y 3 corresponden a flujos en régimen lento y los restantes son de régimen rápido. Puede observarse que los ensayos (P 0.01, R1) y (P 0.02, R2), marcados en rojo en las tablas 2 y 3, tienen una ubicación anómala con respecto a la secuencia anteriormente indicada. Se ha observado que en unos casos las PAC retienen durante todo el ensayo a las mismas partículas de fluido, de modo que al promediar con las partículas fluidas de su entorno transmiten un efecto de frenado del flujo complementario a las reacciones de contorno. Sin embargo en los ensayos marcados en rojo en las tablas 2 y 3 se observa en los espacios entre las

PAC las partículas de fluido no están retenidas y existe un pequeño flujo de fondo escapando y permitiendo que otra partícula de fluido ocupe el espacio. La figura 8 ilustra estos comportamientos. En ella pueden apreciarse una secuencia de fotogramas tomados cada 0.25 s en la que algunas partículas marcadas con etiquetas dejan de estar confinadas por las PAC. Cuando esto ocurre la rugosidad resultante del perfil de velocidades es menor, lo que explica la anomalía detectada en la secuencia de rugosidad de la tabla 3. No existe un flujo claro de partículas de fluido en el fondo, con lo que para evitar anomalías resulta recomendable evitar esta falta de confinamiento.

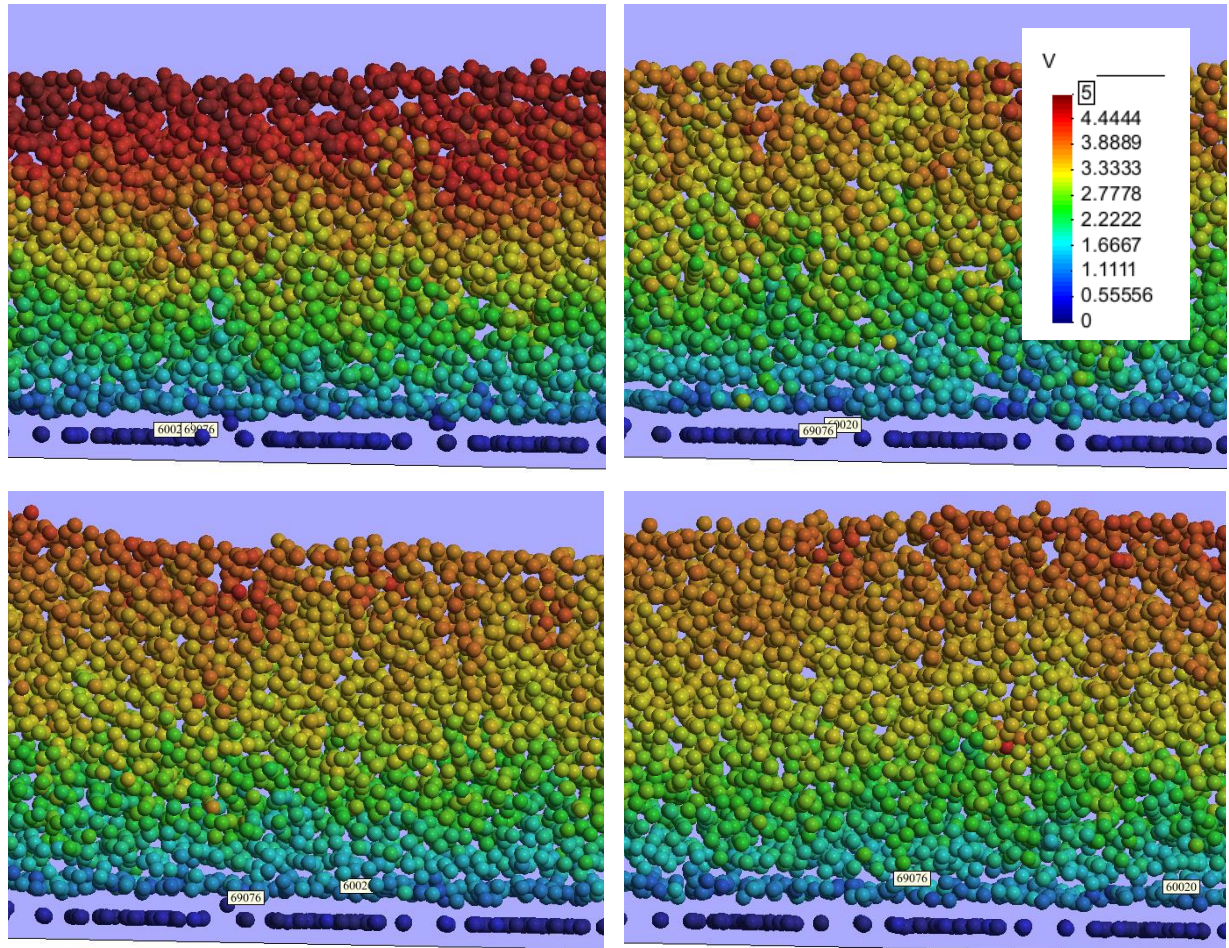


Figura 8 Recorrido de partículas de fluido que no quedan retenidas por las PAC

La figura 9 relaciona los valores k_s de Nikuradse y n de Manning obtenidos para los 12 ensayos numéricos. También se han presentado la relación teórica entre estas variables considerando un perfil logarítmico (ecuación 7), con diferentes calados, y con la aproximación polinómica del perfil de velocidades (ecuación 8). Como se puede comprobar existe un completo ajuste entre los datos numérico experimentales y las relaciones teóricas.

$$k_s = 11 \frac{H}{e^{\left(\frac{H^{1/6}}{25ng^2}\right)}} \quad (7)$$

$$n = \frac{k_s^{1/6}}{8.1g^{1/2}} \quad (8)$$

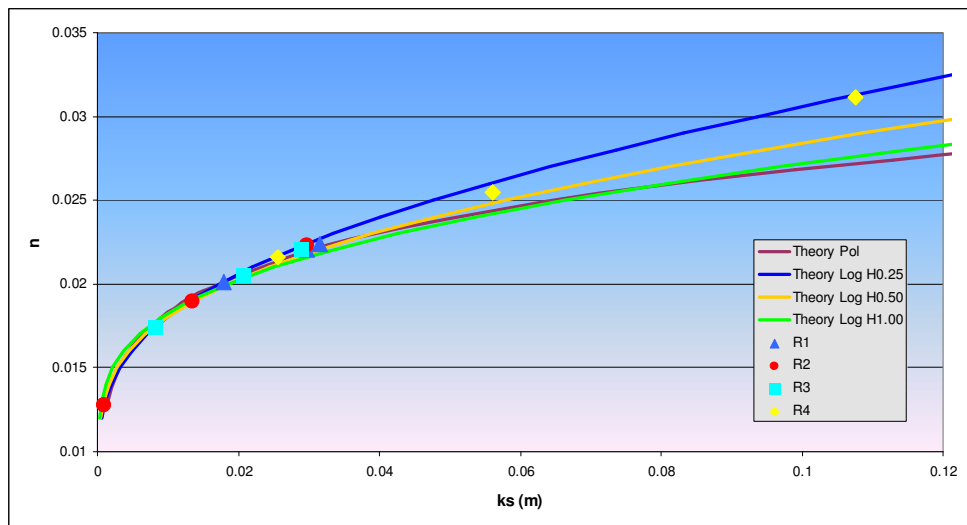


Figura 9 Recorrido de partículas de fluido que no quedan retenidas por las PAC

La figura 10 proporciona valores orientativos de rugosidad (k_s y n) en función del caudal unitario y del tipo de disposición de las PAC para los ensayos que no están afectados por la anomalía anteriormente comentada. Para obtener resultados más generales resulta necesario continuar este estudio con un número de ensayos mayor.

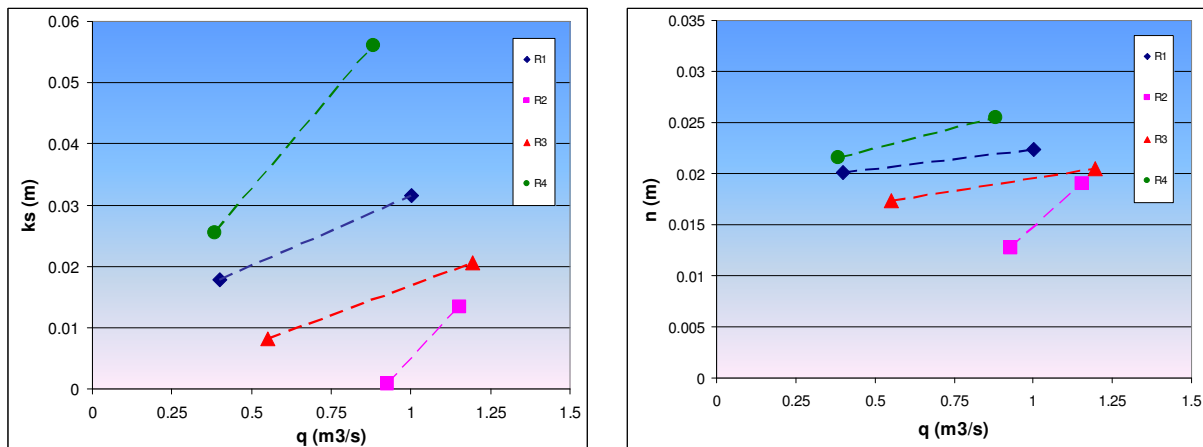


Figura 10 Relación de variables de rugosidad con respecto al caudal unitario para las distintas configuraciones de las PAC

6 Conclusiones

El modelo WSPH reproduce correctamente el campo de velocidades del flujo. En todas las simulaciones realizadas en canal abierto con diferentes condiciones de flujo y régimen uniforme, el perfil de velocidades obtenido se ajusta al clásico perfil logarítmico de velocidades. Estos ajustes han permitido obtener la rugosidad de Nikuradse (k_s) representativa del contorno y su correspondiente n de Manning

Los contornos se han materializado mediante el método de partículas fijas con fuerzas repulsivas de Lennard Jones. Se ha comprobado que este tipo de condición de contorno reproduce un contorno con una rugosidad muy baja. Además este tipo de fuerzas genera un desplazamiento del contorno efectivo generando un pseudo-fondo situado a una distancia de $2.5 r_0$.

Se han estudiado diferentes disposiciones de partículas de contorno para aumentar la rugosidad y se ha propuesto un método, todavía en fase de desarrollo, que permitirá escoger una disposición en función de las características hidráulicas de flujo y de la rugosidad del contorno que se pretenda reproducir.

Para poder evaluar de forma cuantitativa el efecto de las disposiciones en el aumento de la rugosidad es necesario que exista una capa de partículas de fluido que permanezcan prácticamente inmóviles en contacto con las PAC del fondo del canal. Esto se consigue con una mayor sobreelevación de las partículas extra de contorno.

Cuando se consigue este efecto, las disposiciones de las PAC que aportan mayor rugosidad son las que poseen una menor distancia entre filas. Cuando esta separación es la misma, las disposiciones que generan mayores rugosidades son la que tienen una sobreelevación mayor.

7 Agradecimientos

A Jose María Grassa, director del CEPYC del CEDEX por el que sin su conocimiento y disponibilidad este trabajo no hubiera podido llevarse a cabo.

8 Referencias bibliográficas

GRASSA, JM. (2004). "El método SPH. Aplicaciones en ingeniería marítima". Revista de ingeniería civil, 133

GRASSA, JM. (2007). "Wave forces on a wavemaker. SPH simulation and comparison with analytic results". 32nd Congress of IAHR, the International Association of Hydraulic Engineering & Research. 2007, (Venice 1-6 de Julio de 2007), v. I, 2007. P. 100. ISBN 88-89405-06-6.

LENNARD-JONES, J. E. (1924), "On the Determination of Molecular Fields", Proceedings of the Royal Society A 106 (738): 463-477, doi:10.1098/rspa.1924.0082.

LÓPEZ, D., DE BLAS, M., MARIVELA, R.,. (2011) "Estudio hidrodinámico de vertederos y rápidas escalonadas con un modelo numérico tridimensional SPH". Actas del Congreso JIA 2011.

LÓPEZ, D., MARIVELA, R., GARROTE L. (2010) "Smooth Particle Hydrodynamics Model Applied To Hydraulic Structures: A Hydraulic Jump Test Case". Journal of Hydraulic Research. Vol 48. , Extra Issue (2010), pp. 142-158. ISSN: 0022-1686.

MONAGHAN, J.J. (1994). "Simulating free surface flows with SPH. Journal of Computational Physics", 110, 1-15.

MONAGHAN, J.J. (2005). "Smoothed Particle Hydrodynamics". Reports on Progress in Physics, 68, 1703-1759.