

# ***Calibración y análisis de sensibilidad de un modelo bidimensional en procesos de lluvia-escorrentía en una cuenca semiárida de 24 km<sup>2</sup>, Walnut Gulch, Arizona.***

*Marta Garrido<sup>1</sup>, Luis Cea<sup>1</sup>, Jerónimo Puertas<sup>1</sup>, Katerina Michaelides<sup>2</sup>, Juan Rabuñal<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>*Grupo de Ingeniería del Agua y del Medio Ambiente (GEAMA). Universidad de A Coruña.*

<sup>2</sup>*Hydrology Group. University of Bristol (United Kingdom)*

*mgarrido@udc.es, lcea@udc.es, jpuertas@udc.es*

## **1 Introducción y contexto**

Los análisis de sensibilidad son un aspecto reconocido por su importancia en el uso responsable de modelos hidrológicos e hidráulicos (por ejemplo, Hall et al. 2009). Por otro lado, utilizar un modelo distribuido en cálculos de transformación lluvia-escorrentía en lugar de un modelo agregado significa una mayor complejidad, más parámetros para calibrar y, por tanto, más problemas de calibración y dificultades para entender la sensibilidad del modelo a cada uno de ellos. Esto hace especialmente necesario estudiar la sensibilidad de este tipo de modelos a los diferentes parámetros de cálculo.

Hoy en día la utilización de modelos distribuidos en cálculos de transformación lluvia-escorrentía es todavía incipiente y escasa, y existe una falta bien reconocida de datos experimentales para la validación de este tipo de modelos. Una de las cuencas experimentales donde se ha recogido un amplio abanico de datos experimentales es la cuenca experimental de Walnut Gulch (Arizona) instrumentada desde los años 1950 hasta la actualidad por el Servicio de Investigación en Agricultura del Ministerio de Agricultura de EE.UU. La modelación de esta extensa cantidad de datos recogidos en Walnut Gulch es considerada como uno de los retos actuales en hidrología de cuencas semiáridas (Beven 2008).

Los pocos estudios realizados hasta el momento con modelos distribuidos en cuencas semiáridas suelen calcular la escorrentía a partir de un caudal de entrada impuesto en un contorno y no calculan directamente la transformación lluvia-escorrentía a partir de datos de precipitación. Además, suelen reducirse a simulaciones en pequeñas laderas, como es el caso del estudio realizado por Parsons et al. (1997) en Walnut Gulch.

Los objetivos principales de este estudio son la aplicación de un modelo distribuido bidimensional al cálculo de la transformación lluvia-escorrentía en una subcuenca semiárida de Walnut Gulch de 24 km<sup>2</sup>, su validación con datos reales de campo y la realización de un análisis de sensibilidad a los parámetros de infiltración y rozamiento de fondo mediante simulaciones de Monte Carlo.

## **2 Modelo numérico**

Los cálculos numéricos se han realizado con el modelo distribuido Turbillon, que resuelve las ecuaciones bidimensionales promediadas en profundidad (Saint Venant 2D). Este modelo ha sido validado y aplicado en ríos y estuarios en numerosos estudios anteriores. Una descripción completa del modelo numérico hidrodinámico utilizado en este documento se puede encontrar en (Cea et al., 2010). Admitiendo que los efectos de variaciones en la presión atmosférica sobre el dominio espacial, la fuerza del viento y la aceleración de Coriolis son despreciables las ecuaciones de aguas someras bidimensionales pueden escribirse como:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(hU_x) + \frac{\partial}{\partial y}(hU_y) = R - f$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(hU_x) + \frac{\partial}{\partial x}(hU_x^2) + \frac{\partial}{\partial y}(hU_x U_y) = -gh \frac{\partial z_s}{\partial x} - \frac{\tau_{b,x}}{\rho} + \frac{\partial h\tau_{xx}^e}{\partial x} + \frac{\partial h\tau_{xy}^e}{\partial y} + R V_x - f \cdot U_x \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(hU_y) + \frac{\partial}{\partial x}(hU_x U_y) + \frac{\partial}{\partial y}(hU_y^2) = -gh \frac{\partial z_s}{\partial y} - \frac{\tau_{b,y}}{\rho} + \frac{\partial h\tau_{xy}^e}{\partial x} + \frac{\partial h\tau_{yy}^e}{\partial y} + R V_y - f \cdot U_y$$

donde  $h$  es el calado,  $U_x$ ,  $U_y$  son las componentes horizontales promediadas de la velocidad del agua,  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $Z_s$  es altura de la lámina de agua,  $\tau_b$  es el rozamiento de fondo,  $\rho$  es la densidad del agua,  $\tau_{xx}^e$ ,  $\tau_{xy}^e$ ,  $\tau_{yy}^e$  son las tensiones turbulentas,  $R$  es la intensidad de precipitación y  $V_x$ ,  $V_y$  son las componentes horizontales promediadas de la velocidad y  $f$  es la tasa de infiltración. En flujos de escorrentía los calados de aguas son muy pequeños y la turbulencia se debe principalmente al rozamiento de fondo. En esta situación, los efectos de las tensiones turbulentas pueden ser despreciados y, por tanto, no tienen que ser incluidos en los cálculos.

La intensidad de precipitación se impone directamente en cada punto de la malla contribuyendo a la generación de escorrentía. En este trabajo el rozamiento de fondo se ha calculado mediante la fórmula de Manning para flujo turbulento.

En flujos de escorrentía el coeficiente de Manning es un coeficiente que aglutina el efecto de la caída de la precipitación sobre la superficie de escorrentía y los efectos de microtopografía no resueltos en la malla numérica. Por microtopografía nos referimos a las características de la superficie con una escala de longitud inferior al tamaño de malla utilizado en la discretización numérica o no definidas en el Modelo Digital del Terreno (MDT).

Las ecuaciones del modelo se resuelven en una malla bidimensional desestructurada con un esquema de volúmenes finitos. El dominio espacial se discretiza en volúmenes de control centrados en cada celda que pueden tener cualquier tipo de forma a pesar de que todos los resultados presentados en este artículo han sido realizados con malla triangulares. El flujo convectivo puede ser discretizado con un esquema de primer orden o con un esquema híbrido primer-orden/segundo-orden (primer orden en los calados y segundo orden en el caudal unitario), ambos esquemas de Godunov basados en el promedio de Roe (Toro, 2001). El esquema híbrido fue propuesto en Cea et al. (2006) usando una discretización de segundo orden sólo para las dos componentes unitarias del caudal, mientras que mantenía una discretización de primer orden para los calados. En este sentido la difusión numérica se ve muy reducida, sin una reducción significativa de la estabilidad numérica del esquema. Los esquemas de Godunov son de uso habitual en los modelos de aguas someras, dado que pueden trabajar eficientemente con el desarrollo de ondas de choque dando lugar a resultados precisos y estables. Esto es especialmente interesante en aplicaciones en las que el flujo varía rápidamente

Con el fin de evitar falsas oscilaciones de la superficie libre cuando la batimetría es irregular, se utiliza una discretización descentrada del termino fuente pendiente del fondo (Bermudez, 1998). La fricción del fondo, la lluvia y la infiltración se discretizan con un esquema centrado y semiimplícito. El sistema numérico es explícito en el tiempo, por lo que lo que el paso de tiempo está restringido por la condición CFL:

$$\Delta t \leq \frac{A}{(u + \sqrt{gh})P}$$

donde  $A$  y  $P$  son respectivamente el área y el perímetro de la celda de cálculo,  $U$  la velocidad del agua,  $g$  la aceleración de la gravedad y  $h$  el calado.

Algunas de las principales dificultades numéricas de la aplicación de modelos de aguas someras en procesos de lluvia escorrentía son las inestabilidades que produce la presencia de frentes seco-mojado, el bajísimo espesor de las láminas de agua (en muchas regiones de la superficie el calado es del orden de milímetros o centímetros) y las altas tensiones debidas a la fricción de fondo, que deben de ser calculadas. Todos estos procesos pueden causar problemas de inestabilidad numérica y falta de precisión si los esquemas numéricos utilizados para resolver las ecuaciones de aguas someras no son estables y precisos. Otra propiedad deseable del sistema numérico es la conservación de la masa, lo que significa que durante el cálculo el agua no se pierda o se gane. Aunque esto puede parecer obvio, no todos los esquemas numéricos garantizan la conservación de la masa, sobre todo en la presencia de los inestables frentes seco-mojado con calados de agua muy pequeños, como es el caso en las aplicaciones estudiadas en este proyecto. Además de ser conservativo, el método de volúmenes finitos ha

demostrado ser muy robustos y preciso para la modelización de los flujos de aguas poco profundas con frentes seco-mojado y, por tanto, son especialmente adecuados para la simulación de las inundaciones generadas por los procesos de lluvia-escorrentía.

Los únicos parámetros del modelo que necesitan calibración son el coeficiente de fricción de fondo y las propiedades de infiltración del suelo. Los efectos de pequeña escala de microtopografía no resueltas por el modelo, deben ser incluidos a través del coeficiente de fricción, de la misma manera que los efectos de ondulaciones y dunas en los ríos se incluyen en el rozamiento del fondo. Por microtopografía nos referimos a las características de la superficie con una escala de longitud inferior al tamaño de malla utilizado en la discretización numérica o no definidas en el Modelo Digital del Terreno (MDT). La sensibilidad del modelo al coeficiente de fricción de fondo se estudia en este proyecto.

### 3 Metodología

La cuenca experimental de Walnut Gulch (WGEW) se divide en 11 subcuencas cuyo rango de áreas abarca desde 2.3 km<sup>2</sup> hasta 150 km<sup>2</sup>. Para la realización de este estudio se ha seleccionado una de las 11 subcuencas que forman parte de Walnut Gulch, en concreto la subcuenca 9 situada en el este de WGEW con una superficie total de aproximadamente 24 km<sup>2</sup> (Figura 1).

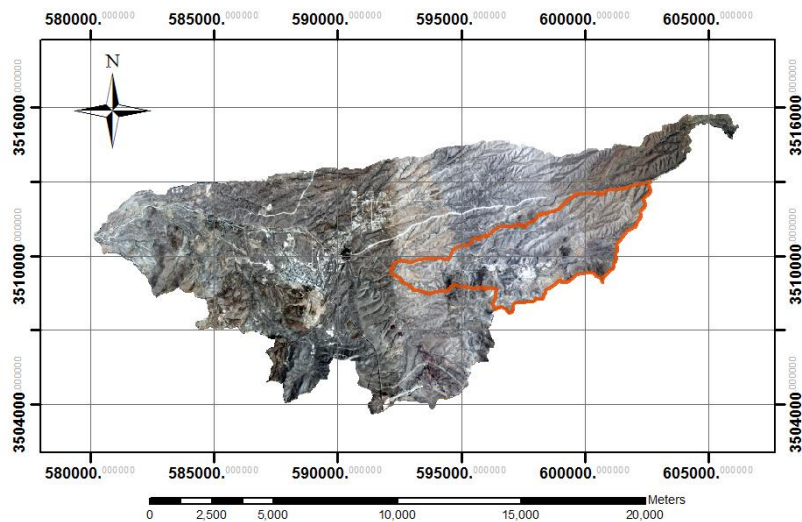


Figura 1 Ortofoto de la cuenca experimental Walnut Gulch. Subcuenca de estudio señalada en naranja.

#### 3.1 Topografía y malla de cálculo

El modelo digital de elevaciones (MDE) utilizado es el más preciso de los dos elaborados por el Ministerio de Agricultura de EE.UU. y tiene una resolución espacial de 10m.

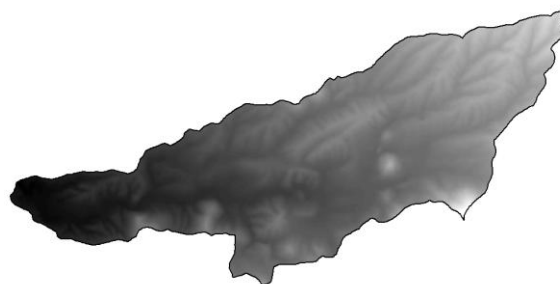


Figura 2 Topografía de la malla de cálculo

La discretización del dominio espacial se realiza mediante una malla no estructurada de volúmenes finitos tipo arista, compuesta por 93600 elementos triangulares con una superficie media de elemento de  $250 \text{ m}^2$ . La única condición de contorno impuesta en el modelo es una condición de calado crítico en el contorno de salida, en la sección más aguas abajo de la cuenca.

### 3.2 Precipitación

Durante las últimas décadas el Ministerio de Agricultura de EEUU ha desarrollado una amplia base de datos de precipitación en los aproximadamente  $149 \text{ km}^2$  de superficie de Walnut Gulch siendo los primeros registros de agosto de 1953 y continuando hasta el presente. Una descripción detallada del registro de datos de precipitación en la cuenca experimental de Walnut Gulch y el posterior procesamiento de los mismos se describe en Goodrich et al. (2008).

La precipitación media anual para el período de 1956-2005, tomando como referencia 6 pluviómetros, es de aproximadamente 312 mm, produciéndose aproximadamente el 60% de la precipitación durante el monzón de verano. Con un máximo histórico de 95 pluviómetros, en la actualidad una red de 88 de ellos permanece en funcionamiento. Esto constituye una de las redes más densas de pluviómetros en el mundo ( $0,6 \text{ pluviómetros/km}^2$ ) en cuencas mayores de  $10 \text{ km}^2$ .

De los 88 pluviómetros distribuidos por Walnut Gulch, 21 de ellos se encuentran sobre la subcuenca de la que es objeto este estudio. Su localización se refleja en la Figura 4.

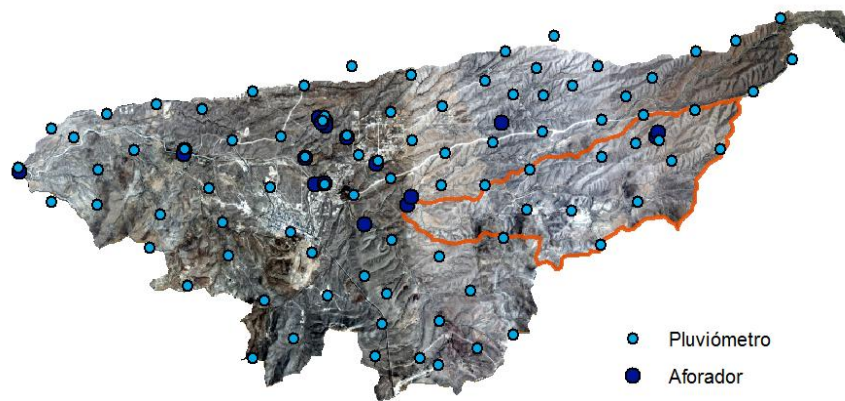


Figura 3 Ortofoto de la cuenca experimental Walnut Gulch. Emplazamiento de pluviómetros y estaciones de aforo.

Las cuencas semiáridas se caracterizan por la alta variabilidad espacial de la precipitación. Las tormentas del monzón de verano suelen tener altas intensidades, cortas duraciones y pequeños radio de influencia. Es por esto que el estudio de la influencia de la resolución espacial de los datos de precipitación ha sido objeto de estudio por numerosos autores. En este sentido Ogden y Julien (1994) recomiendan una resolución espacial de 0.4 veces la raíz cuadrada del área de la cuenca (es decir, una resolución de 1 km para una cuenca de  $10 \text{ km}^2$  y una de 4 km para una cuenca de  $100 \text{ km}^2$ ). En este estudio disponemos de 1 pluviómetro cada  $1.3 \text{ km}^2$  por lo que las recomendaciones se ven satisfechas.

Para la realización de este estudio se han escogido dos eventos de precipitación de alta intensidad desarrollados durante los monzones de verano de los años 1999 y 2000. En concreto se utilizaron las tormentas del 11/08/1999 y el 27/07/2000. En cada instante la precipitación en cada pluviómetro es diferente. En la Figura 4 se puede observar los valores de ambos histogramas de precipitación ponderados en toda la cuenca.

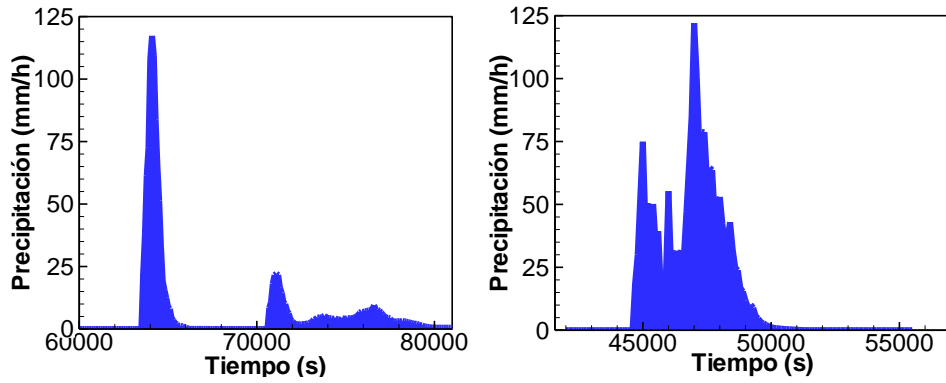


Figura 4 Hietogramas de precipitación ponderados en la superficie de la cuenca para el evento del 11/08/1999 (izquierda) y 27/07/2000 (derecha.)

Para la definición espacial de la precipitación en el modelo se utilizaron polígonos de Thiessen basados en cada uno de los pluviómetros de la cuenca. De esta forma en cada instante de tiempo la precipitación es homogénea en cada polígono e igual a la precipitación registrada en ese instante en el pluviómetro correspondiente. Esta forma de proceder coincide con la propuesta por Lopes (1996) en su estudio sobre el efecto de la incertidumbre de la distribución espacial en cuantas de 6 km<sup>2</sup> en Walnut Gulch, al proponer el método de Thiessen como el que mejor estima el área de influencia de cada pluviómetro.

En la Figura 5 se pueden apreciar los valores de precipitación sobre la cuenca en diferentes momentos de cálculo.

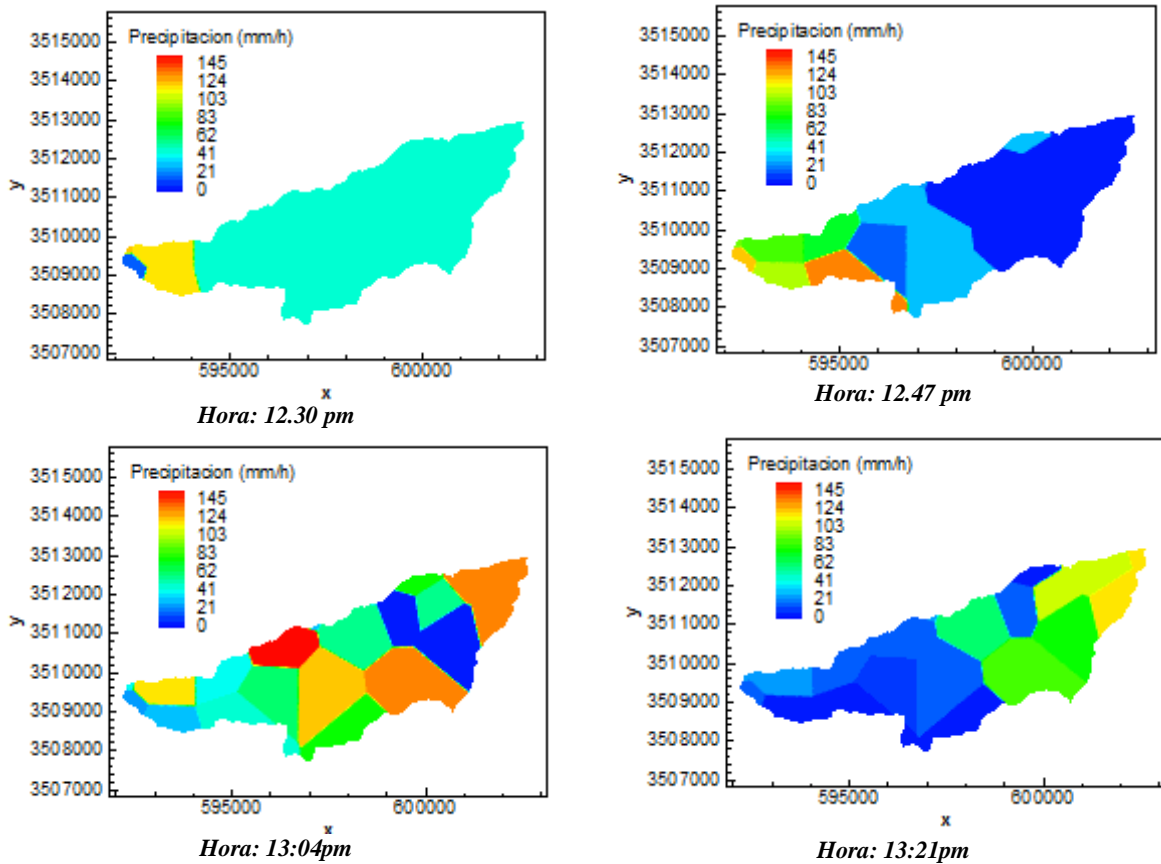


Figura 5 Distribución espacial de la lluvia (polígonos de Thiessen) en diferentes intervalos de tiempo durante la tormenta del 11/08/2000.

### 3.3 Calibración y análisis de sensibilidad del modelo a los parámetros de infiltración y fricción de fondo.

En este estudio se ha realizado un análisis de sensibilidad del modelo a los parámetros de infiltración y al coeficiente de fricción de fondo por ser los más influyentes en la respuesta hidrológica de la cuenca. Estos parámetros se definen en el modelo de acuerdo a los usos del suelo de la cuenca. De esta manera, y en base a los mapas de vegetación y usos del suelo definidos por el Ministerio de Agricultura estadounidense, la malla de cálculo se ha dividido en seis “tipologías” diferentes en función de la densidad y tipo de vegetación de cada zona.

El rozamiento de fondo se define mediante la fórmula de Manning y la infiltración mediante una tasa constante que no varía en el tiempo. Esta simplificación se ha adoptado tras unos análisis de sensibilidad preliminares aplicando la fórmula de Green Ampt simplificada (ec. 3), en los que se observó que el modelo es muy poco sensible al término B variable con el tiempo.

$$\text{Green \& Ampt (1911)} \quad i = A + B/t \quad (3)$$

Como ya se ha comentado el coeficiente de rozamiento se calcula mediante la fórmula de Manning en el que se incluirán los efectos de microtopografía no incluidos en el modelo.

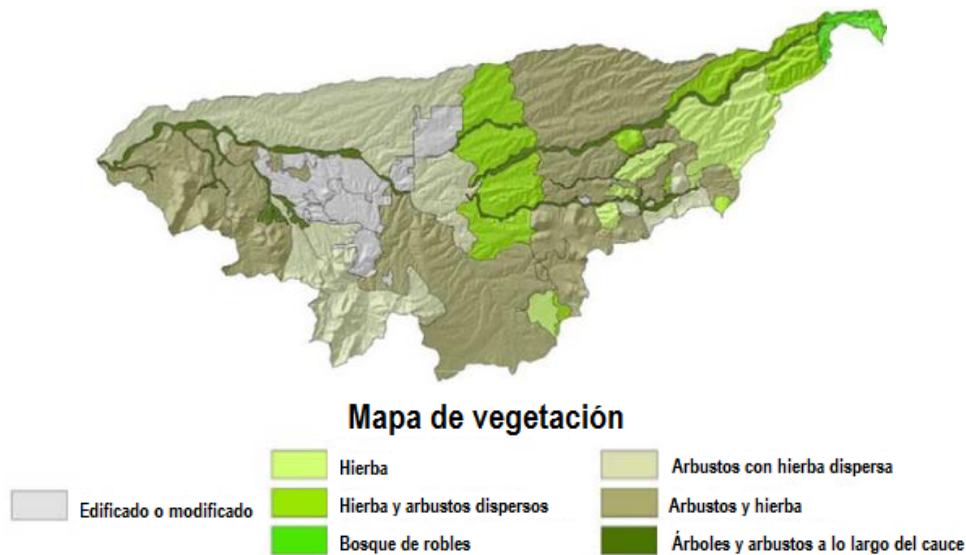


Figura 6 Mapa de vegetación de Walnut Gulch

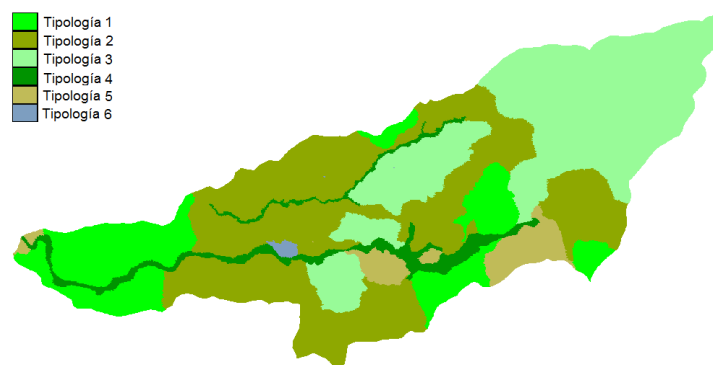


Figura 7 Definición de los diferentes tipos de zonas de la subcuenca de estudio en función de su vegetación y usos del suelo

A cada una de las tipologías se le asigna un rango de valores de los parámetros de infiltración y rugosidad de fondo definidos entre un máximo y un mínimo escogidos a partir de los valores estimados por Hernandez et al. 2000 en Walnut Gulch. A partir de estos rangos se definen las 30 simulaciones de Monte Carlo realizadas de forma que en cada simulación cada uno de los parámetro tome un valor aleatorio entre el máximo y el mínimo de su rango, definido en la

Con los resultados de estas simulaciones se realizó un análisis de sensibilidad del caudal pico del hidrograma de salida a cada uno de los parámetros del modelo para el evento de precipitación del 11/08/2000. Se observó que los parámetros que mayor influencia tienen sobre el modelo son la infiltración de la zona de tipología 2 y los coeficientes de Maning de las zonas de tipologías 2, 4 y 5 (Figura 8).

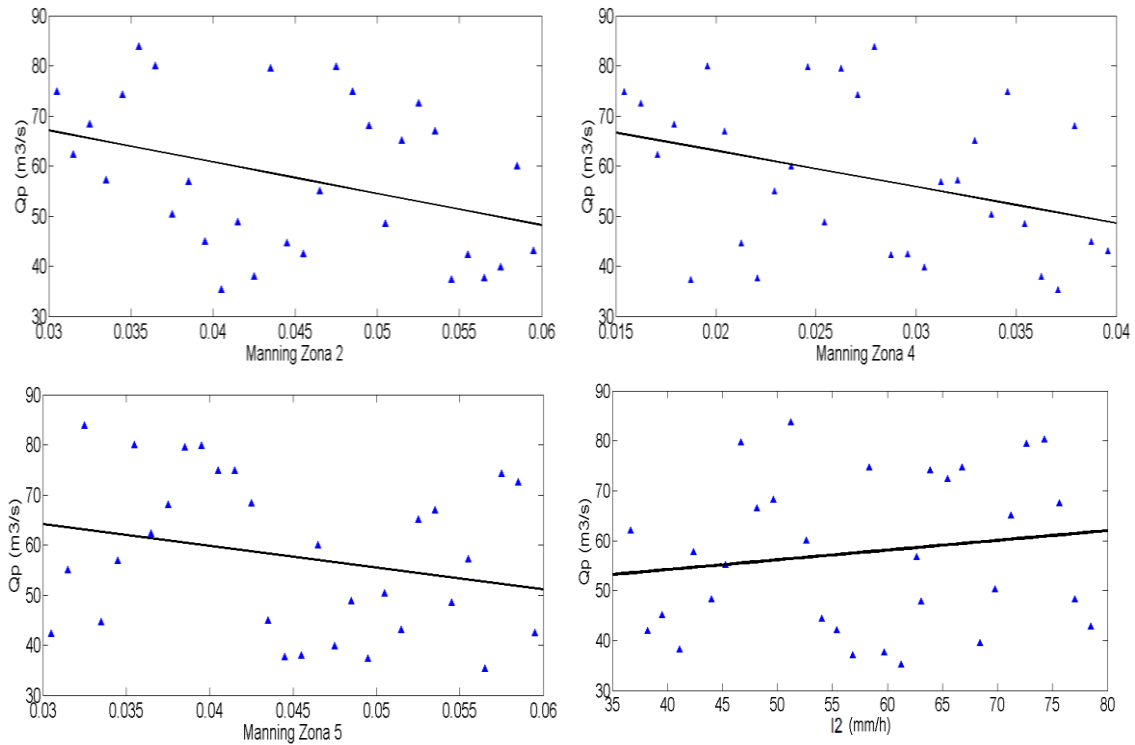


Figura 8 Sensibilidad del caudal punta de hidrograma de salida a los parámetros  $n_2$ ,  $n_4$ ,  $n_5$  e  $I_2$ .

A la vista de estos resultados y a partir de las 30 simulaciones de Monte Carlo utilizadas se calibró el modelo para mejorar el ajuste numérico-experimental, obteniendo los valores de infiltración y fricción de fondo para los que se obtiene el mejor ajuste numérico-experimental definidos en la Tabla 3.

Tabla 1 Valores de calibración de los parámetros de infiltración y rozamiento del modelo.

Tabla 2 Rango de valores de los parámetros de cada tipología y valor de calibración. Valores de infiltración  $I_1$  a  $I_6$  y de coeficiente de rugosidad  $n_1$  a  $n_6$ .

	Min	Max	Valor de calibración
--	-----	-----	----------------------



<b>I tipología 1 (I1)</b>	6,00E-06	6,00E-06	6,00E-06
<b>I tipología 2 (I2)</b>	4,90E-06	1,50E-05	1,42E-05
<b>I tipología 3 (I3)</b>	1,00E-05	2,20E-05	1,22E-05
<b>I tipología 4 (I4)</b>	6,00E-06	2,20E-05	1,27E-05
<b>I tipología 5 (I5)</b>	3,60E-06	5,00E-06	4,37E-06
<b>I tipología 6 (I6)</b>	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
<b>Coef. Manning tipología 1 (n1)</b>	4,000E-02	8,000E-02	4,73E-02
<b>Coef. Manning tipología 2 (n2)</b>	3,000E-02	6,000E-02	4,15E-02
<b>Coef. Manning tipología 3 (n3)</b>	6,000E-02	1,000E-01	8,33E-02
<b>Coef. Manning tipología 4 (n4)</b>	1,500E-02	4,000E-02	2,54E-02
<b>Coef. Manning tipología 5 (n5)</b>	3,000E-02	6,000E-02	4,85E-02
<b>Coef. Manning tipología 6 (n6)</b>	2,000E-02	4,000E-02	3,23E-02

Los ajustes numéricos experimentales obtenidos utilizando el modelo calibrado se muestran en la Figura 9. En los dos casos los resultados experimentales ofrecen una pendiente de subida del hidrograma más tendida de lo habitual en cuencas rurales que el modelo no predice con precisión, especialmente en el evento del 11/08/1999. Este efecto de retardo podría ser debido al fuerte arrastre de sedimentos que se produce en este tipo de cuencas al inicio de flujo cuando aún se están definiendo los canales por los que discurre el mismo. Sin embargo, en este evento la parte final del hidrograma experimental tiene mayor pendiente que el numérico produciéndose el drenaje en la realidad más rápidamente de lo que predice el modelo probablemente debido a que no toda el agua de la cuenca drena en la realidad como lo hace en el modelo, si no que se producen más retenciones que hacen que el flujo en la salida descienda más rápidamente. Por otro lado, para hidrogramas más complejos como el registrado el 27/07/2000, en el que la intensidad de precipitación desciende para luego volver a aumentar el modelo predice un primer descenso en la salida del caudal mayor que el experimental, por lo que la cuenca no se comporta siempre igual en la parte de descenso del hidrograma siendo en este caso en particular más lenta de lo que el modelo predice, sin embargo en el descenso final los datos experimentales vuelven a descender con mayor pendiente.

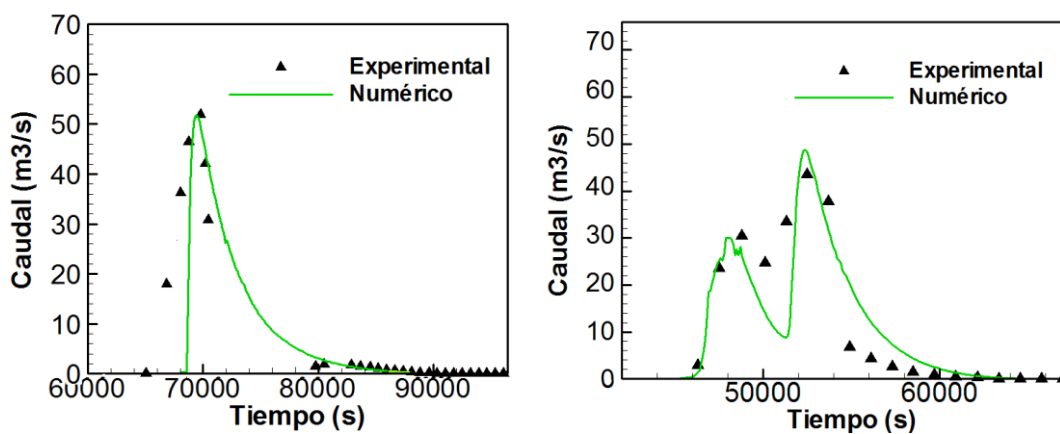


Figura 9 Ajustes numérico experimentales para los dos eventos de cálculo 11/08/1999 (izquierda) y 27/07/2000 (derecha)



## 4 Conclusiones

Este artículo presenta los primeros resultados de la validación experimental de un modelo bidimensional distribuido de aguas someras al cálculo de la transformación lluvia-escorrentía en cuencas rurales. En particular el modelo se ha aplicado en una subcuenca semiárida de 24 km<sup>2</sup> de la cuenca experimental Walnut Gulch (Arizona) sobre la que se ha realizado un análisis de sensibilidad del modelo a los parámetros de infiltración y rugosidad de fondo mediante simulaciones de Monte Carlo.

Cuando los parámetros de infiltración y rugosidad de fondo son correctamente definidos y la definición espacial de la precipitación, topografía y usos del suelo es suficientemente precisa el ajuste numérico-experimental es satisfactorio. Los resultados del modelo son más sensibles a los coeficientes de rugosidad de fondo que a los de infiltración para los dos eventos de precipitación estudiados. El modelo no es capaz de predecir con precisión las pendientes de subida y bajada de los hidrogramas produciéndose la bajada de los datos experimentales a veces más rápidamente y otras más lentamente que en el modelo. La parte de ascenso del hidrograma se produce siempre de manera más lenta en el hidrograma experimental debido probablemente al efecto del gran arrastre de sedimentos que se produce en este tipo de cuencas que es sensiblemente notable en el desarrollo del flujo.

## 5 Agradecimientos

Todos los datos experimentales medidos en campo que se han utilizado en esta tesis han sido recogidos por el *Southwest Watershed Research Center* (SWRC) del Departamento de Agricultura de EE.UU. (USDA). La información utilizada en este artículo es de acceso abierto y gratuito en <http://www.tucson.ars.ag.gov/dap/>.

Este trabajo ha sido posible gracias a los proyectos [REF.:08MDS003CT] de la Dirección Xeral de Investigación, Desenvolvemento e Innovación de la Xunta de Galicia

## 6 Referencias bibliográficas

Beven, K. J. (2001). *Rainfall-Runoff Modelling: The Primer*. Wiley.

Cea, L., Garrido, M., Puertas, J. (2010). Experimental validation of two-dimensional depth-averaged models for forecasting rainfall-runoff from precipitation data in urban areas. *Journal of Hydrology*, 382, 88-102

Goodrich, D. C., Keefer, T. O., Unkrich, C. L., Nichols, M. H., Osborn, B. H., Stone, J. J. (2008). Long-term precipitation database, Walnut Gulch Experimental Watershed, Arizona, United States. *Water Resources Research*, 44(W05S04)

Hernandez, M., S. N. Miller, D. C. Goodrich, B. F. Goff, W. G. Kepner, C. M. Edmonds, and K. B. Jones (2000), Modeling runoff response to land cover and rainfall spatial variability in semi-arid watersheds, *Environ. Monit. Assess.*, 64, 285–298, doi:10.1023/A:1006445811859.

Howes, D.A., Abrahams A.D., and Pitman, E.B.(2006). One and two-dimensional modelling of overland flow in semiarid shrubland, Jornada basin, New Mexico. *Hydrol. Process.*, 20, 1027–1046

Lopes, V. (1996). On the effect of uncertainty in spatial distribution of rainfall on catchment modelling. *CATENA*, 28:107–119.

Ogden, F. and Julien, P. (1993). Runoff sensitivity to temporal and spatial rainfall variability at runoff plane and small basin scales. *Water Resources Research*, 29(8):2589–2597.