

Análisis de flujos en lámina libre y su interacción con sólidos y estructuras por el método de partículas y elementos finitos (PFEM)

Eugenio Oñate¹, Benjamín Suárez¹, Fernando Salazar¹ y Rafael Morán^{1,2}

*¹ Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería (CIMNE)
Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos
Universidad Politécnica de Cataluña*

*² Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos
Universidad Politécnica de Madrid*

onate@cimne.upc.edu; suarez@cimne.upc.edu; fsalazar@cimne.upc.edu;
rmoran@caminos.upm.es

Resumen. Se describen los conceptos básicos del método de partículas y elementos finitos (PFEM) para análisis de flujos de fluidos en lámina libre y su interacción con objetos sólidos y estructuras flotantes o sumergidas. Se presentan diversas aplicaciones del PFEM en los ámbitos de la ingeniería de puertos e hidráulica y al estudio de la caída de una avalancha sobre un embalse.

1 Introducción

Existe un interés creciente en el desarrollo de métodos robustos, eficientes y precisos para el análisis de problemas de ingeniería en los que interactúan fluidos en lámina libre con estructuras y/o sólidos sumergidos total o parcialmente. Ejemplos de este tipo son comunes en problemas de hidrodinámica de barcos, estructuras off-shore, aliviaderos de presas, flujos en canales, reactores de mezclas, llenado de moldes, etc.

Los problemas de interacción entre sólidos en fluidos se analizan normalmente con el método de elementos finitos (MEF) utilizando una formulación arbitraria Lagrangiana-Euleriana (ALE) en la que el movimiento de las partículas del fluido está desacoplado del de los nodos de la malla. Las dificultades típicas de la formulación ALE incluyen el tratamiento de los términos convectivos y de la condición de incompresibilidad en las ecuaciones del fluido, el seguimiento de la superficie libre, la transferencia de la información entre los dominios del fluido y del sólido vía las interfases de contacto, el modelado de la rotura de olas, la posibilidad de tratar grandes movimientos de sólidos rígidos y estructuras deformables dentro del fluido, la actualización eficiente de las mallas de elementos finitos para la estructura y el fluido, etc.

La mayoría de estos problemas desaparecen, o disminuyen considerablemente, si se utiliza una *descripción Lagrangiana* para las ecuaciones del fluido y del sólido. En la formulación Lagrangiana se sigue el movimiento de cada partícula de forma individual y, consecuentemente, los nodos en la malla de elementos finitos que discretiza el dominio total (incluyendo los sub-dominios del fluido y la estructura) pueden considerarse como "partículas" en movimiento.

En este trabajo se presenta una clase particular de formulación Lagrangiana para tratar la interacción entre fluidos y sólidos denominada *método de partículas y elementos finitos* (PFEM) [1,2]. El PFEM considera los nodos en la malla, tanto en los sub-dominios del fluido como del sólido, como partículas que pueden moverse libremente e incluso separarse del dominio del fluido reproduciendo, por ejemplo, el efecto de gotas de agua. Una malla de elementos finitos conecta los nodos que definen el dominio discretizado en donde se resuelven las ecuaciones de gobierno con el MEF [10].

La ventaja de la formulación Lagrangiana es que los términos convectivos desaparecen de las ecuaciones del fluido. La dificultad, sin embargo, se transfiere al problema de mover adecuadamente (y eficientemente) los nodos de la malla. En este trabajo se utiliza un procedimiento de regeneración de la malla innovador que mezcla elementos de diferentes formas mediante un método de Delaunay extendido [3].

En la formulación Lagrangiana existe todavía la necesidad de tratar adecuadamente la condición de la incompresibilidad en el fluido. Nuestro objetivo es utilizar elementos lineales con interpolaciones de igual orden

para las variables de velocidad y presión. En nuestro trabajo hemos utilizado una técnica de estabilización basada en el método de cálculo finito (FIC). En la referencia [4] se pueden encontrar aplicaciones de la técnica FIC para problemas de fluidos incompresibles utilizando elementos triangulares y tetraédricos lineales.

La formulación Lagrangiana tiene muchas ventajas para seguir el movimiento de las partículas del fluido en flujos en donde existen grandes desplazamientos de la superficie libre, como es el caso de olas que rompen sobre un dique. En el PFEM la información es nodal, es decir la malla de elementos finitos se utiliza para obtener los valores de las variables de estado (ej. las velocidades, presiones, etc.) en los nodos. Aquí aparece una dificultad en la identificación de los contornos del dominio a partir de un conjunto de nodos. El “contorno” puede incluir la superficie libre en el fluido y también las partículas del líquido que se mueven fuera del dominio del fluido.

En los próximos dos apartados se presentan las ideas básicas del PFEM. Tras ello se describen brevemente los procedimientos para la generación de la malla, para la identificación de los nodos en la superficie libre y para el tratamiento de la erosión del fondo en cauces. Finalmente, se muestra la eficiencia de la técnica PFEM en su aplicación a un número de problemas en los ámbitos de la ingeniería de puertos e hidráulica y al estudio de la caída de una avalancha en un embalse.

2 Conceptos básicos sobre el PFEM

Consideremos un dominio que contiene subdominios de fluido y de sólido. Las partículas de fluido en movimiento interactúan con los contornos del sólido induciendo por tanto su deformación, que a su vez afecta al movimiento del fluido. Por consiguiente, el problema está totalmente acoplado.

En el PFEM, tanto los dominios del fluido como del sólido se modelan utilizando una formulación Lagrangiana actualizada [10]. Se utiliza el MEF para resolver las ecuaciones de gobierno en ambos dominios. Por tanto debe generarse una malla que discretiza estos dominios para resolver las ecuaciones de gobierno para el fluido y el sólido como es usual en el MEF. Los nodos que discretizan los dominios del fluido y del sólido pueden entenderse como partículas de materiales cuyo movimiento se sigue durante la solución transitoria.

La calidad de la solución depende de la discretización utilizada. Pueden utilizarse técnicas de refinamiento de malla para mejorar la solución en zonas donde ocurran grandes movimientos del fluido o de la estructura.

La formulación Lagrangiana permite seguir el movimiento de cada partícula individual del fluido (un nodo). Esto permite modelar la separación de las partículas del líquido del dominio del fluido y para seguir su movimiento como partículas individuales.

Una solución típica con el PFEM involucra las etapas siguientes.

1. Discretizar los dominios del fluido y del sólido con una malla de elementos finitos. El proceso de generación de la malla se basa en una discretización de Delaunay extendida del dominio de análisis utilizando una colección inicial de puntos que se convierten en los nodos de la malla [3].
2. Identificar los contornos externos para los dominios del fluido y del sólido. Esta es una etapa esencial ya que algunos contornos (como la superficie libre en los fluidos) pueden haberse distorsionado durante el proceso de solución, incluyendo la separación y reentrada de nodos. En nuestro trabajo se utiliza el método de Alpha Shape [E] para la definición de los nodos del contorno [1-3].
3. Resolver las ecuaciones acopladas del movimiento Lagrangiano para los dominios del fluido y del sólido. Calcular las variables de estado en ambos dominios en cada paso de tiempo: las velocidades, la presión y las tensiones viscosas en el fluido, y los desplazamientos, las deformaciones y las tensiones en el sólido.
4. Mover los nodos de la malla a una nueva posición en función del tamaño del paso del tiempo.
5. Generar una nueva malla. El proceso de regeneración de la malla puede tener lugar después de un número prescrito de pasos de tiempo, o cuando la malla actual ha sufrido importantes distorsiones debido al movimiento.
6. Volver a la etapa 2 y repetir el proceso de solución para el paso de tiempo siguiente.

Este proceso se muestra esquemáticamente en la Figura 1.

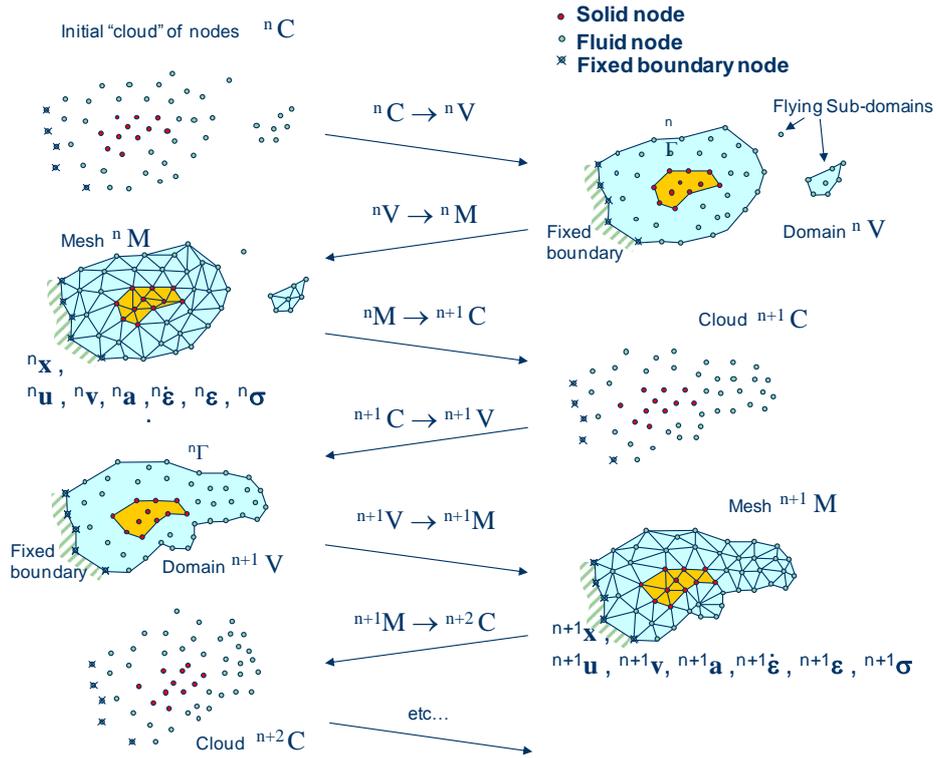


Figura 1 Secuencia de pasos para actualizar una "nube de puntos" que representa un dominio que contiene un fluido y un sólido de un tiempo $t=n$ a un tiempo $t=n+2$

3 Ecuaciones y su solución numérica

La Figura 2 muestra un dominio V con sus contornos Γ_v y Γ_t donde se prescriben las velocidades y las fuerzas de superficie. El dominio V está formado por los subdominios de fluido (V_F) y de sólido (V_S), respectivamente. Ambos subdominios interactúan a lo largo de un contorno común Γ_{FS} donde las variables (desplazamientos \mathbf{u} , velocidades \mathbf{v} y aceleración \mathbf{a}) y las fuerzas de superficie son las mismas para ambos subdominios.

Se definen las variables ${}^t S$ y ${}^t F$ que definen las variables cinemáticas y los campos de tensiones y deformación en los subdominios de sólido y de fluido en el tiempo t , es decir

$${}^t S := [{}^t x_s, {}^t u_s, {}^t v_s, {}^t a_s, {}^t \boldsymbol{\varepsilon}_s, {}^t \boldsymbol{\sigma}_s, {}^t T_s]^T$$

$${}^t F := [{}^t x_F, {}^t u_F, {}^t v_F, {}^t a_F, {}^t \boldsymbol{\varepsilon}_F, {}^t \boldsymbol{\sigma}_F, {}^t T_F]^T$$

Donde \mathbf{x} es el vector de coordenadas, $\boldsymbol{\varepsilon}, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ y $\boldsymbol{\sigma}$ son los vectores de deformaciones, velocidades de deformación y tensiones de Cauchy y T es la temperatura. Los subíndices F y S indican que las variables pertenecen al subdominio de fluido o de sólido.

La solución del problema de interacción fluido-sólido se efectúa con el siguiente algoritmo alternado:

0. Se supone que se conocen las variables en el sólido y el fluido en el tiempo t (${}^t S$ y ${}^t F$).
1. Se calculan las variables en el dominio del sólido en el tiempo $t + \Delta t$ (${}^{t+\Delta t} S$) bajo las fuerzas de superficie que el fluido ejerce en el contorno fluido-sólido Γ_{FS} . La solución se efectúa integrando en el tiempo las ecuaciones del movimiento en el sólido estándares utilizando el MEF y un algoritmo de Newmark [10].
2. Se calculan las variables en el dominio del fluido en el tiempo $t + \Delta t$ (${}^{t+\Delta t} F$) prescribiendo en el contorno Γ_{FS} las velocidades que el sólido ejerce sobre aquel. En el resto de contornos se prescriben las fuerzas de

superficie y las velocidades conocidas en la forma estándar. La solución se obtiene integrando en el tiempo las ecuaciones de conservación de la cantidad de movimiento y de balance de masa para un fluido incompresible *lagrangiano*. En nuestro trabajo se utiliza un algoritmo basado en un método de elementos finitos estabilizado y un esquema de integración temporal de Euler hacia atrás [5-7,10].

Se itera entre las etapas 1 y 2 hasta que se obtiene la convergencia.

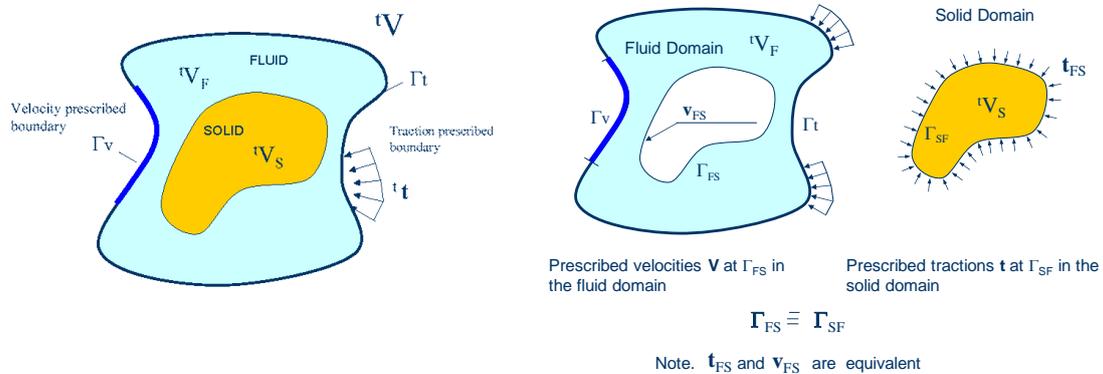


Figura 2 División del dominio de análisis V en subdominios de fluido y sólido. Variables en las interfaces comunes

4 Generación de una nueva malla

Uno de los puntos clave para el éxito de la formulación de fluidos Lagrangianos que aquí se describen es la rápida regeneración de una malla en cada paso de tiempo a partir de la posición de los nodos en el dominio espacial. En nuestro trabajo hemos generado la malla utilizando la denominada Teselación extendida de Delaunay presentada en [3].

Una vez que se ha generado la malla en cada paso de tiempo se aborda la solución numérica utilizando el algoritmo descrito en el apartado previo.

5 Tratamiento del contacto entre fluido y pared y entre sólidos

La condición de velocidades o presiones prescritas en los contornos del dominio de análisis puede aplicarse en el PFEM en los nodos del contorno. Estos nodos pueden pertenecer a contornos exteriores fijos, o a contornos móviles vinculados a los sólidos que interactúan con el fluido, o bien al propio fluido.

El contacto entre las partículas de agua y los contornos de sólido se tiene en cuenta a través de la condición de incompresibilidad, que *previene de forma natural que los nodos de agua penetren en los contornos de sólido*. Esta forma sencilla de tratar el contacto entre el agua y las paredes del sólido es otra característica del PFEM (Figura 3a).

El contorno entre dos sólidos se puede modelar introduciendo una capa de elementos de contacto entre las caras de los sólidos que chocan entre sí. Esta capa se crea automáticamente durante la generación de malla. Los elementos que conforman la capa de contacto reproducen las condiciones de impenetrabilidad y rozamiento mediante la selección de los parámetros de su ecuación constitutiva (Figura 3b).

Este algoritmo de contacto se ha aplicado con éxito al estudio de la interacción de cuerpos rígidos y deformables dentro de líquidos en movimiento y también para modelar la interacción entre útiles de corte y el terreno en procesos de excavación y tunelación [8].

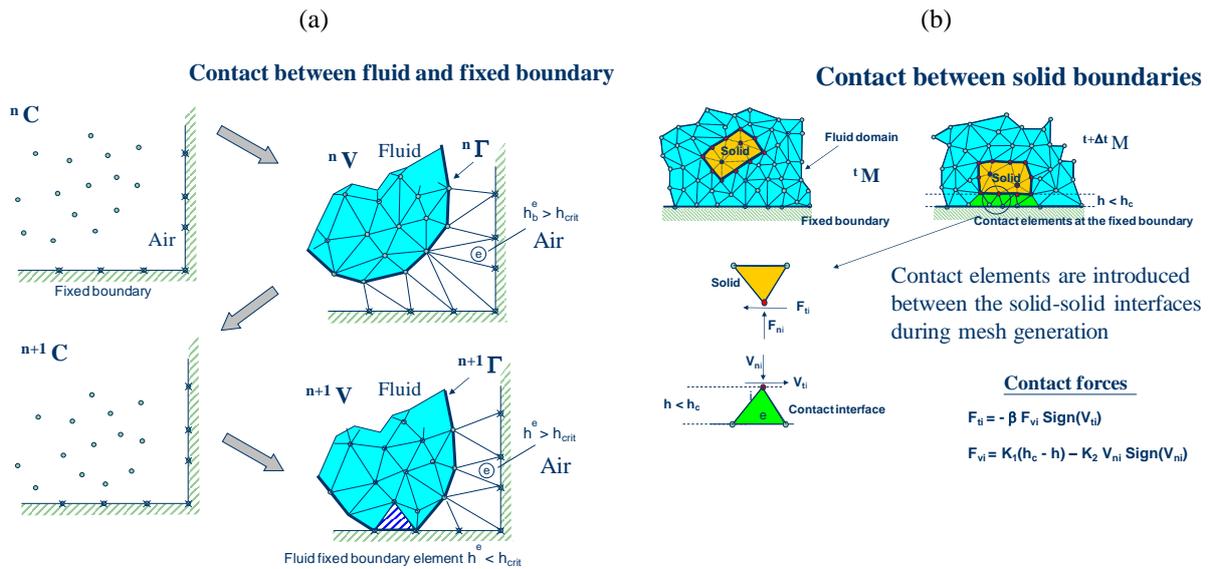


Figura 3 (a) Tratamiento del contacto entre el fluido y una pared. (b) Caída de contacto entre un sólido y una pared

6 Modelado de la erosión de lechos

La erosión en el lecho de un fluido se puede modelar mediante el PFEM a través de una técnica similar a la utilizada para la abrasión de superficies. En esencia, el método consiste en calcular el trabajo que ejercen las fuerzas tangenciales al fluido sobre la superficie del lecho.

Cuando este trabajo excede un valor determinado se supone que el dominio del lecho que rodea a un nodo se ha erosionado. En ese instante las propiedades de ese dominio pasan a ser las del fluido y se marca con una etiqueta al nodo "erosionado" que es transportado por el fluido.

El algoritmo permite "recuperar" aguas abajo el material erosionado, asignando al nodo erosionado unas propiedades diferentes a las del líquido (tales como el peso). De esta forma, cuando el nodo se aproxima de nuevo al lecho configura un nuevo dominio al que se le asignan las propiedades del lecho. La Figura 4 muestra un esquema de este proceso.

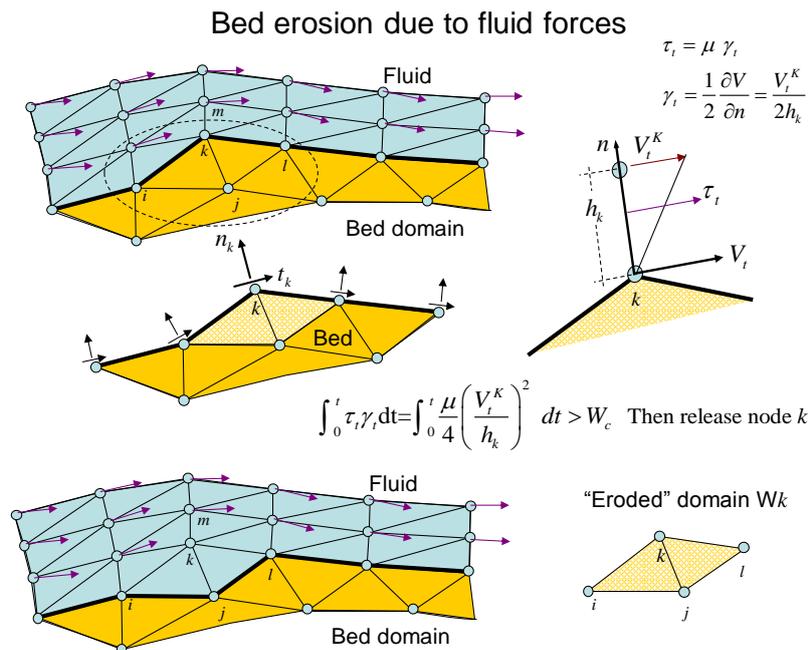


Figura 4 Modelado de la erosión de un lecho con el PFEM

En la Figura 5 se muestra un ejemplo esquemático de erosión de un lecho al incidir sobre el un chorro de agua. Se aprecia que las partículas del lecho se depositan aguas abajo del chorro.

La Figura 6 muestra un ejemplo de la erosión progresiva de un montículo de arena por el que pasa por encima una corriente de agua.

Finalmente en la Figura 7 se muestran resultados de un estudio de erosión y transporte de partículas por la corriente del agua en el lecho de un río adyacente a la cimentación de una pila de un puente. Se aprecia que la erosión del lecho deja al descubierto la cimentación.

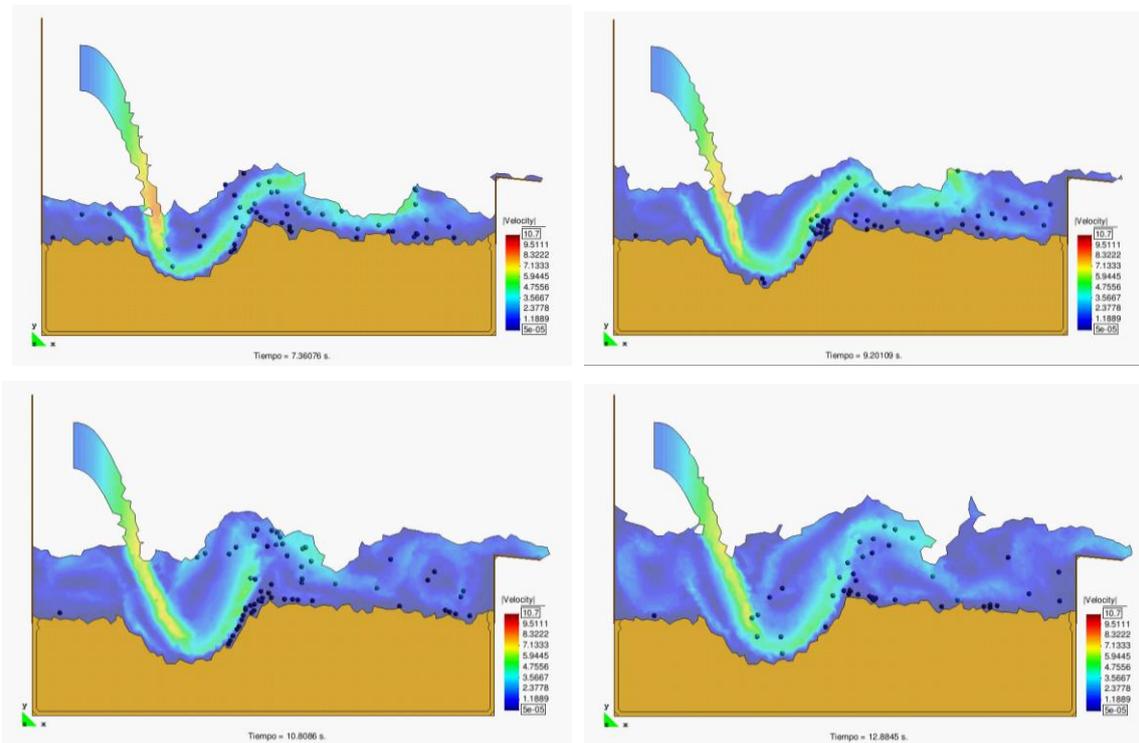


Figura 5 Erosion, transporte y sedimentación de partículas en un lecho en las proximidades de un chorro de agua

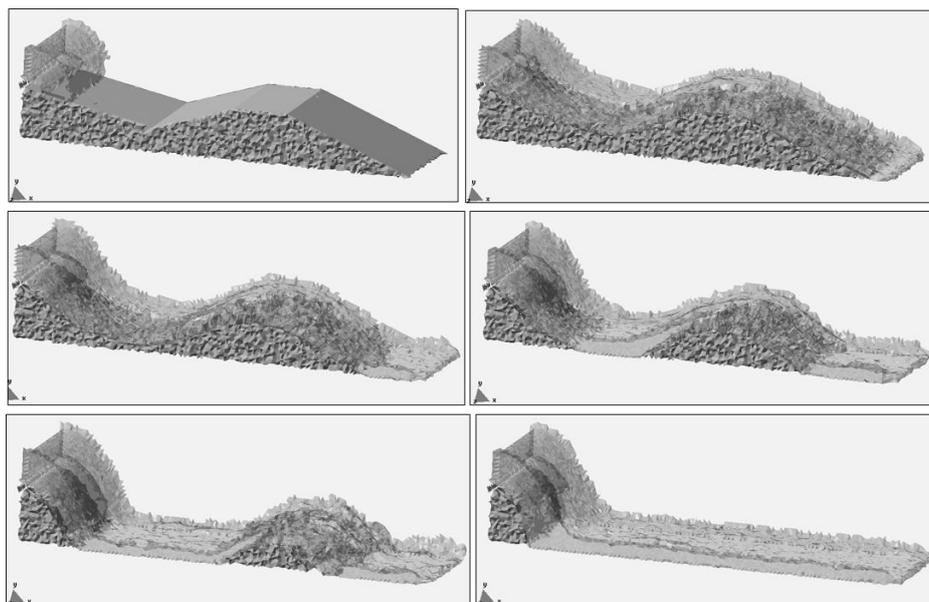


Figura 6 Erosion de una montaña de arena bajo un sobre-vertido de una corriente de agua.

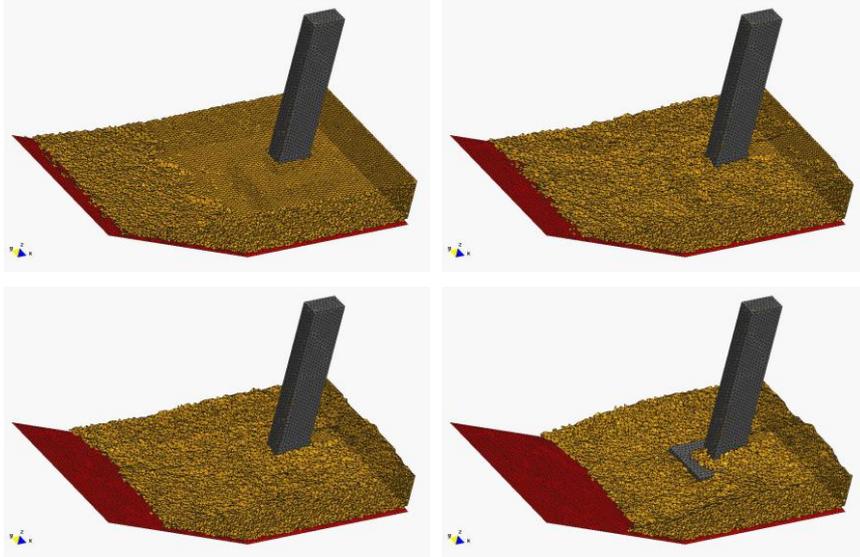


Figura 7 Estudio de la erosión y transporte de partículas por la corriente del agua en el lecho de un río adyacente a la cimentación de una pila de un puente. No se muestra el fluido del agua

7 Aplicaciones

Se presentan diversos ejemplos que muestran las posibilidades de aplicación del PFEM en Ingeniería Civil.

La Figura 8 muestra ejemplos del estudio del oleaje sobre dos taludes de bloques del dique de Langosteira (A Coruña).

En la Figura 9 se muestra la progresiva erosión debido al oleaje que se produce en la zona desprotegida de uno de esos taludes.

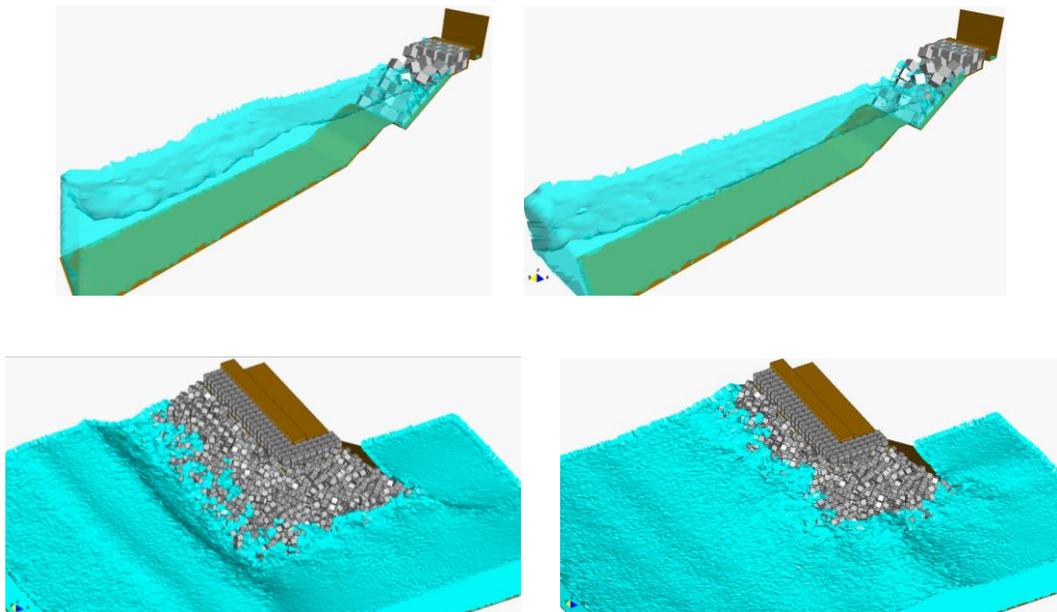


Figura 8 Aplicación del PFEM al estudio del efecto de las olas rompiendo sobre diques de bloques.

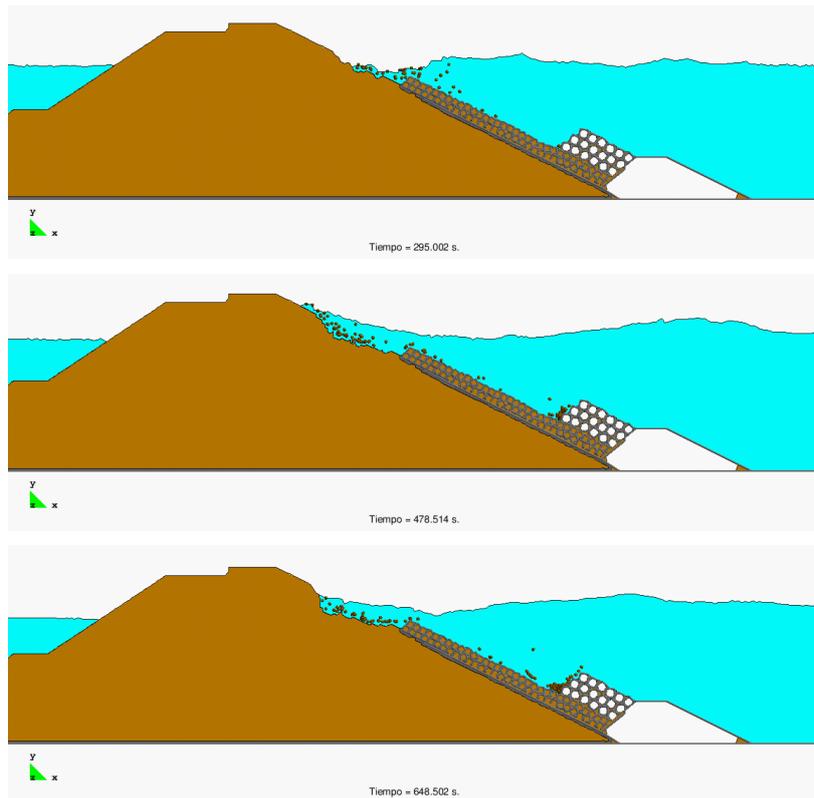


Figura 9 Erosión de un talud desprotegido de un dique por efecto del oleaje.



Figura 10 Caída de un camión al mar por erosión de la base granular sobre la que circula debido al oleaje

La Figura 10 muestra un ejemplo esquemático que simula la caída al agua de un camión al desmoronarse la zona del terreno adyacente al mar por donde transita, debido a la erosión del terreno inducida por las olas.

En la Figura 11 se muestra un ejemplo del flujo de agua que desagua por un aliviadero de una presa y su impacto en el pie de la presa.

Finalmente, en la Figura 12 se muestran resultados del estudio del deslizamiento de una masa de terreno sobre la bahía de Lituya [9].

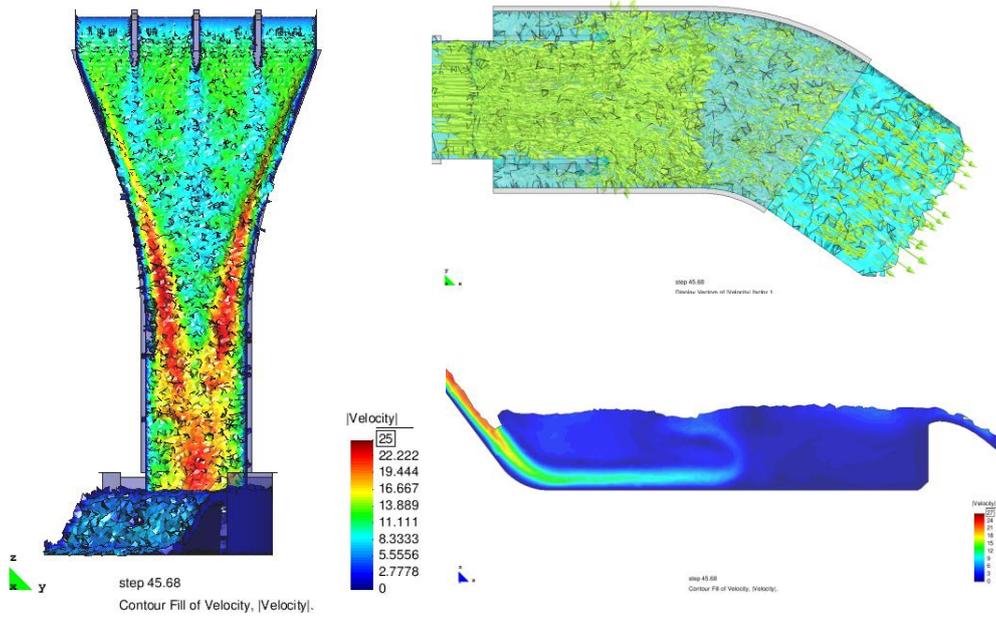


Figura 11 Aplicaciones del PFEM al estudio del vertido del agua en aliviaderos en presas

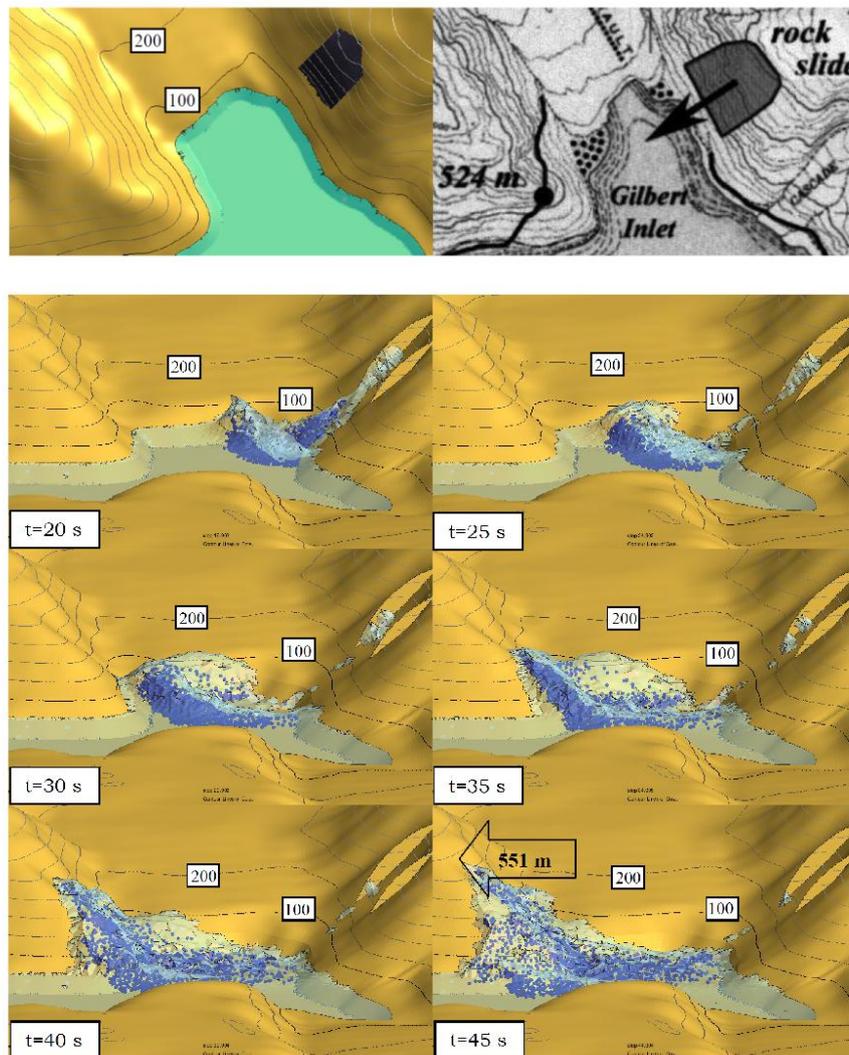


Figura 12 Simulación del deslizamiento ocurrido en la bahía de Lituya [9]

Conclusiones

El PFEM es ideal para tratar problemas en los que se interactúan fluidos con superficie libre con estructuras sumergidas o flotantes. La variedad de problemas que pueden analizarse con el PFEM es grande, e incluye un amplio abanico de problemas de interacción fluido-estructura teniendo en cuenta grandes movimientos de las partículas del fluido o de la estructura, olas, efectos de salpicaduras del agua, etc.

El éxito del PFEM estriba en la solución eficiente y precisa de las ecuaciones de un fluido incompresible y de la dinámica de sólidos utilizando una formulación lagrangiana para el sólido y el fluido y un método de elementos finitos estabilizado con elementos sencillos (triángulos y tetraedros) con la misma interpolación para todas las variables. Otros ingredientes del PFEM son la regeneración eficiente de la malla y la identificación de los nodos del contorno con la técnica Alpha Shape.

Los ejemplos que se muestran evidencian las posibilidades del PFEM para resolver problemas de interés práctico en las ingenierías hidráulica, de puertos y costas y medio-ambiental, entre otras.

Agradecimientos

Este trabajo se ha realizado con el apoyo del Proyecto Consolider SEDUREC del MICIIN y el Proyecto SAFECON del European Research Council. Se agradece el apoyo de Dragados para los estudios del oleaje sobre el dique de Langosteira en el marco del Proyecto SAYOM.

Referencias bibliográficas

- [1] E. Oñate, S.R. Idelsohn, F. Del Pin, R. Aubry, The particle finite element method. An overview, *Int. J. Comput. Methods*, 1(2), 267-307, 2004b.
- [2] S.R. Idelsohn, E. Oñate, F. Del Pin, N. Calvo, Fluid-structure interaction using the particle finite element method, *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.*, 195, 2100-2113, 2006.
- [3] S.R. Idelsohn, N. Calvo, E. Oñate, Polyhedrization of an arbitrary point set, *Comput. Method Appl. Mech. Engng.*, 192(22-24), 2649-2668, 2003c.
- [4] E. Oñate, J. García, S.R. Idelsohn, F. Del Pin, FIC formulations for finite element analysis of incompressible flows. *Comput Methods Appl Mech Engng.*, 195, (23-24), 3001–3037, 2006b.
- [5] S.R. Idelsohn, M. Mier-Torrecilla, E. Oñate, Multi-fluid flows with the Particle Finite Element Method. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.*, 198, 27-50-2767, 2009.
- [6] E. Oñate, S.R. Idelsohn, M.A. Celigueta, R. Rossi, Advances in the particle finite element method for the analysis of fluid-multibody interaction and bed erosion in free surface flows, *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.*, 197 (19-20), 1777-1800, 2008.
- [7] E. Oñate, S.R. Idelsohn, M.A. Celigueta, R. Rossi, J. Marti, J.M. Carbonell, Pavel Ryzhakov, B. Suárez, Advances in the particle finite element method (PFEM) for solving coupled problems in engineering. En *Particle-Based Methods. Fundamentals and Applications*, E. Oñate and R. Owen (eds.), *Computational Methods in Applied Sciences 25*, Springer, 2011.
- [8] J.M. Carbonell, E. Oñate, B. Suárez, Modeling of ground excavation with the Particle Finite Element Method. *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)*, 136(4), 455-463, 2010.
- [9] F. Salazar, E. Oñate, R. Morán, Modelación numérica de deslizamientos de ladera en embalses mediante el método de partículas y elementos finitos (PFEM). *Rev. Int. Mét. Num. Cál. Dis. Ing.* Aceptado para publicación, 2011.
- [10] O.C. Zienkiewicz, et al., *El Método de los Elementos Finitos. Vol. 2: Mecánica de Sólidos. Vol. 3: Dinámica de Fluidos*, CIMNE, 2010.